

# Analiza pouzdanosti geotehničkih konstrukcija

---

Jaguljnjak, Antonio

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Geotechnical Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Geotehnički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:130:242922>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-09-18**



Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Geotechnical Engineering - Theses and Dissertations](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
GEOTEHNIČKI FAKULTET

ANTONIO JAGULJNJK

ANALIZA POUZDANOSTI GEOTEHNIČKIH KONSTRUKCIJA

DIPLOMSKI RAD

VARAŽDIN, 2022.

Sazivam članove ispitnog povjerenstva  
za 14. 07. 2022. u 9 sa  
Obranu ovog rada kandidat će vršiti i pred  
ispitnim povjerenstvom u Varaždinu  
Varaždin, 30. 06. 2022.

Predsjednik  
ispitnog povjerenstva:

120. prof. dr. sc. Souja Konec

Članovi povjerenstva

- 1) 120. prof. dr. sc. Kruno Kovandić
- 2) Prof. dr. sc. Stjepan Strelac
- 3) Doc. dr. sc. Jasmin Jug

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

GEOTEHNIČKI FAKULTET

DIPLOMSKI RAD

ANALIZA POUZDANOSTI GEOTEHNIČKIH KONSTRUKCIJA

KANDIDAT:

ANTONIO JAGULJNIAK



MENTOR:

Izv.prof.dr.sc. KREŠO IVANDIĆ

VARAŽDIN, 2022.

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je diplomski rad pod naslovom:

ANALIZA POUZDANOSTI GEOTEHNIČKIH KONSTRUKCIJA

rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na istraživanjima te objavljenj i citiranoj literaturi te je izrađen pod mentorstvom **izv.prof.dr.sc Krešo Ivandić**

Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz necitiranog rada te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

U Varaždinu, 27.6.2022.

ANTONIO JAGULINJAK

(Ime i prezime)

Antonio Jagulinjak

(Vlastoručni potpis)

## IZJAVA MENTORA O POSTOTKU SLIČNOSTI DIPLOMSKOG RADA S VEĆ OBJAVLJENIM RADOVIMA

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je diplomski rad pod naslovom:

ANALIZA POUZDANOSTI GEOTEHNIČKIH KONSTRUKCIJA

pregledan anti-plagijet programskim paketom PlagScan te da postotak sličnosti cjelovitog diplomskog rada, s već objavljenim radovima, ne prelazi 20%, kao i da pojedinačni postotak sličnosti diplomskog rada sa svakom literaturnom referencom pojedinačno ne prelazi 5%.

U Varaždinu, 27.6.2022.

Izv. prof. dr. sc. Krešo Ivandić  
(Mentor)



(Vlastoručni potpis)

## Sažetak rada

U radu je dan prikaz metoda pouzdanosti koje se u inženjerstvu koriste za procjenu pouzdanosti konstrukcija, te njihova primjena na nekoliko geotehničkih problema. U prvom dijelu rada dan je osvrt na varijabilnost tla, koja je jedan od glavnih uzroka neizvjesnosti u geotehničkim analizama. U analizama pouzdanosti, geotehnički parametri tretiraju se kao slučajne varijable, što zahtijeva poznavanje podataka o njihovim statističkim značajkama. Na taj su način uzete u obzir neizvjesnosti koje proizlaze iz različitih izvora, kao npr. prirodna varijabilnost tla, pogreške transformacijskih modela i slično. Za većinu geotehničkih parametara u literaturi dostupni su podaci o njihovim statističkim razdiobama, tipičnim srednjim vrijednostima i koeficijentima varijacije, što omogućuje provedbu analiza pouzdanosti u slučaju nedovoljnog broja podataka iz rezultata istražnih radova.

Pitanje varijabilnosti tla i njenog utjecaja na rezultate geotehničkih analiza prepoznato je i u normi Eurokod, stoga je u radu dan osvrt na navedeno. Opisan je pojam indeksa pouzdanosti, koji se koristi kao mjera pouzdanosti konstrukcija. Uz to, njegova primjena moguća je i za kalibraciju parcijalnih faktora djelovanja, materijala i otpornosti propisanih u normi Eurokod.

U radu su opisane i primijenjene dvije metode pouzdanosti, analitička metoda FORM i simulacijska metoda Monte Carlo. Provedeno je niz analiza pouzdanosti s varijacijama geometrijskih karakteristika i koeficijenata varijacije dominantnih geotehničkih parametara. Za odabrane geotehničke probleme analizirana je konvergencija metode Monte Carlo, pogreška metode FORM i utjecaj koeficijenta varijacije na veličinu indeksa pouzdanosti. Sve analize u ovom diplomskom radu provedene su korištenjem programskog jezika *Python* i knjižnice otvorenog koda *Pystra*. Pokazano je da u svim razmatranim primjerima metoda FORM ima zadovoljavajuću točnost, te da koeficijent varijacije ima značajan utjecaj na indeks pouzdanosti, radi čega je potrebno obratiti posebnu pozornost prilikom utvrđivanja njegove vrijednosti.

**Ključne riječi:** analiza pouzdanosti, indeks pouzdanosti, vjerojatnost pojave sloma

## **Abstract**

The master thesis presents reliability methods which are used in engineering to assess the reliability of structures, and their application to several geotechnical problems. The first part of the paper reviews soil variability, which is one of the main causes of uncertainty in geotechnical analyses. In reliability analyses, geotechnical parameters are treated as random variables, which requires knowledge of data on their statistical characteristics. In this way, uncertainties arising from different sources are taken into account, such as natural soil variability, errors of transformation models and the like. For most geotechnical parameters in the literature, data on their statistical distributions, typical means and coefficients of variation are available, which allows the implementation of reliability analyses in case of insufficient data from the results of research.

The issue of soil variability and its impact on the results of geotechnical analyzes is also recognized in the Eurocode standard, so the paper gives an overview of that.. The notion of reliability index, which is used as a measure of structural reliability, is described. In addition, its application is possible for the calibration of partial factors of action, materials and resistance prescribed in the Eurocode standard.

Two reliability methods are described and applied in the paper, the FORM analytical method and the Monte Carlo simulation method. A series of reliability analyses with variations of geometric characteristics and coefficients of variation of dominant geotechnical parameters were performed. For selected geotechnical problems, the convergence of the Monte Carlo method, the error of the FORM method, and the influence of the coefficient of variation on the magnitude of the reliability index were analysed. All the analyses which are presented in the thesis were conducted by using the Python programming language and the Pystra open source library. It can be concluded that in all considered examples the FORM method had satisfactory accuracy, and that the coefficient of variation had a significant impact on the reliability index, which is why it is necessary to pay special attention when determining its value.

**Key words:** reliability analysis, reliability index, probability of failure



## Sadržaj rada

1	Uvod .....	1
2	Varijabilnost tla .....	2
2.1	Modeliranje i koeficijenti varijacije inherentne varijabilnosti tla .....	4
2.1.	Svojstva tla .....	6
2.1.1.	Indeksna ispitivanja i klasifikacija tala .....	7
2.1.2.	Fizikalna svojstva .....	8
2.1.3.	Klasifikacijska svojstva .....	8
2.1.4.	Svojstva konsolidacije .....	9
2.1.5.	Propusnost tla .....	9
2.1.6.	Svojstva čvrstoće .....	10
2.1.7.	Kut trenja .....	13
2.1.8.	Mjerilo fluktuacije .....	13
2.2.	Statističke razdiobe geotehničkih parametara tla .....	13
2.2.1.	Pogreške mjerenja .....	14
2.2.2.	Laboratorijska ispitivanja .....	15
3	Pregled metoda pouzdanosti .....	18
3.1	Metoda FORM .....	19
3.1.1	Primjena pouzdanosti u geotehničkom inženjerstvu .....	20
3.2	Metoda Monte Carlo .....	21
3.2.1	Simulacija podskupa .....	22
4	Primjena metoda pouzdanosti u Eurokodu 7 .....	24
4.1	Definicija indeksa pouzdanosti: .....	26
5	Analize pouzdanosti .....	29
5.1	Plitki temelj .....	29
5.1.1	Drenirano stanje .....	29
5.1.2	Nedrenirano stanje .....	32

5.2	Piloti .....	34
5.2.1	Drenirano stanje .....	34
5.2.2	Nedrenirano stanje .....	37
5.3	Potporni zid .....	41
5.3.1	Klizanje .....	41
5.3.2	Prevrtnanje .....	44
6	Zaključak .....	47
7	Popis literature .....	49
8	Popis slika .....	50
9	Popis tablica .....	52

## 1 Uvod

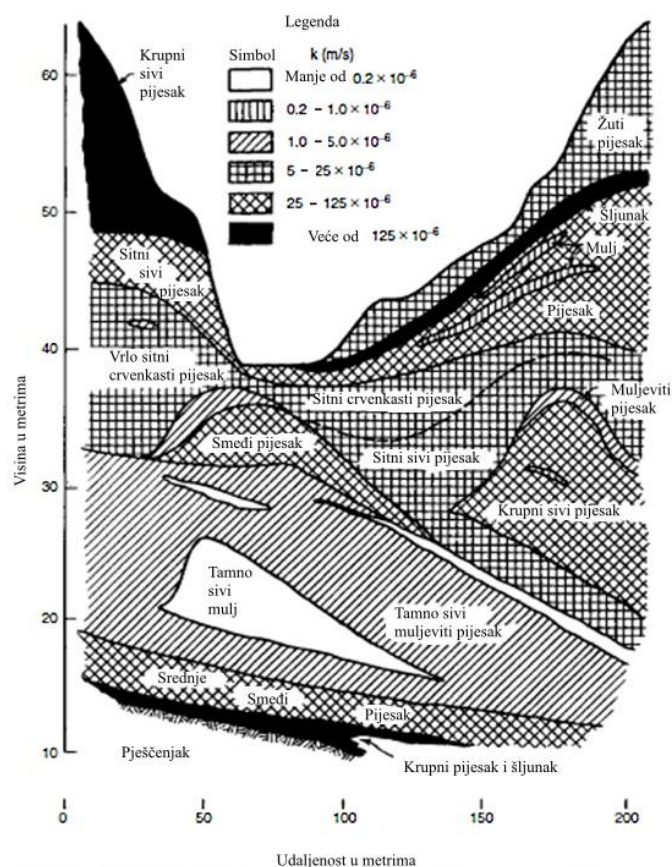
Geotehničke konstrukcije izvode se u tlu ili stijeni čija je značajka prostorna varijabilnost. U projektiranju, parametri tla i stijena mogu sadržavati različite neizvjesnosti koje mogu biti različite prirode, a najznačajnije su prirodna varijabilnost, pogreške transformacijskih modela i pogreške rezultata ispitivanja. Procjena pouzdanosti koja omogućava kvantificiranje mogućnosti pojave sloma pokazala se kao alat koji bi se mogao sve više koristiti za rješavanje različitih problema u geotehničkom inženjerstvu. Takav pristup pruža dosljednu mjeru razine sigurnosti konstrukcije koja se može iskazati indeksom pouzdanosti ili vjerojatnosti pojave sloma. Postoje različite metode razvijene od različitih autora za procjenu pouzdanosti geotehničkih konstrukcija, a neke od njih su; Monte Carlo metoda, metoda FORM (metoda pouzdanosti prvog reda), SORM (metoda pouzdanosti drugog reda) i druge. One su razvijene kako bi se u sklopu analiza omogućilo uzimanje u obzir prostorne varijabilnosti u tlu i stijeni, koja proizlazi iz djelovanja složenih geoloških procesa tijekom njihovog formiranja. Razvoj metoda i upotreba analiza pouzdanosti u inženjerskoj praksi uvjetovana je razvojem i dostupnosti računala. Analize pouzdanosti mogu biti vrlo zahtjevne spram računalnih resursa, pogotovo u slučaju velikog broja slučajnih varijabli i kompleksnih funkcija graničnih stanja.

Pouzdanost je svojstvo konstrukcije da ispunjava svoju funkciju u zadanim uvjetima u predviđenom vremenskom periodu. Teorija pouzdanosti se sastoji od predviđanja, procjenjivanja, razumijevanja i optimiziranja vijeka geotehničke konstrukcije i njezinih komponenti. Napredak i češće korištenje metoda pouzdanosti u inženjerskoj praksi vidi se i u razvoju manje zahtjevnih metoda, koje su uz zadovoljavajuću točnost značajno jednostavnije za primjenu.

## 2 Varijabilnost tla

Proučavanje ponašanja i svojstava tla dovelo je do razvoja mehanike tla, koja se nadovezuje na temeljenje konstrukcija, koje se prakticira još od doba drevnog Egipta. Provedbom različitih ispitivanja pokazalo se da je jedna od značajnijih karakteristika tla prostorna varijabilnost njegovih svojstava. Ona nisu varirala samo od lokacije do lokacije, nego i sloja od sloja, pa čak i unutar naizgled homogenog materijala na jednoj lokaciji. U području geotehničkog istraživanja više se daje naglasak na razvoj uređaja koji bi omogućio jednostavno prikupljanje interesantnih svojstva tla, a manje na pokušaje da se analitički obrađuju i interpretiraju već prikupljeni podaci.

Promjenjivost svojstva tla povezana je s pojedinim lokalitetom i specifičnom regionalnom geologijom. Radi navedenog, u analizama pouzdanosti nije poželjno primjenjivati tipične vrijednosti svojstva tla prikupljene na drugim lokacijama. Na slici 1 dan je primjer prostorne varijabilnosti tla, koji prikazuje profil propusnosti relativno homogene glacijalne naslage. Raspon varijabilnosti od lokacije, do lokacije je velik, a podaci koji se nalaze u literaturi često povezuju stvarnu varijabilnost s pogreškama u ispitivanju, pa bi se zato mjere varijabilnosti tla uvijek trebale temeljiti na podacima specifičnim za lokaciju (Baecher, 2003).



Slika 1. Profil propusnosti relativno homogene glacijalne naslage (prerađeno prema Baecher, 2003)

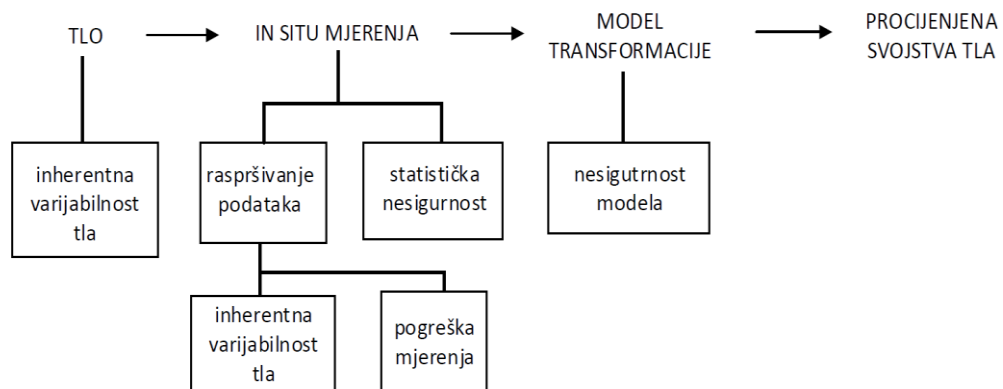
Krajem 20. stoljeća krenula su opsežna istraživanja u svrhu razvoja metoda projektiranja temeljenih na principima teorije pouzdanosti, RBD (*eng. reliability-based design*). U slučaju temelja, pokazalo se da su parcijalni faktori za otpornost temeljnog tla u RBD jednadžbama funkcija koeficijenta varijacije svojstva tla. Radi neizvjesnosti koje su posljedica nedostatka podataka o svojstvima tla, u provedbi analiza potrebno je definirati parcijalne faktore koji su direktno vezani za varijabilnost tla. Za to je moguće koristiti podatke iz dostupne literature koji daju raspone vrijednosti koeficijenata varijacije geotehničkih parametara za različite vrste tla. Takvi podaci mogu se koristiti kao aproksimacija prvog reda u jednostavnijim analizama. Oni često nisu prikladni za opću upotrebu iz razloga što je varijabilnost utvrđena iz analiza ukupne varijabilnosti, koja implicira jedinstveni izvor nesigurnosti, što je pogrešno. Za provedbu ozbiljnijih analiza preporučeno je koristiti podatke dobivene iz rezultata istražnih radova provedenih na konkretnoj lokaciji (Phoon i Kulhawy, 1999).

Postoje tri primarna izvora neizvjesnosti geotehničkih parametara (slika 2):

Inherentna varijabilnost – proizlazi iz prirodnih geoloških procesa koji su proizveli i modificirali masu tla

Pogreška mjerenja – uzrokovana učincima opreme, postupcima operatera i efektima slučajnog ispitivanja (ova dva izvora mogu se opisati kao raspršenost podataka)

Nesigurnost transformacije – uvodi se kada se terenska i laboratorijska mjerenja transformiraju u projektna svojstva tla korištenjem empirijskih ili drugih korelacijskih modela



Slika 2. Nesigurnost u procjenama svojstava tla (prerađeno prema Phoon i Kulhawy, 1999)

Inherentna varijabilnost tla može biti modelirana kao slučajno polje, koje se opisuje koeficijentom varijacije i ljestvicom fluktuacije, a pogreška mjerenja se izdvaja iz terenskih mjerenja pomoću jednostavnog aditivnog modela vjerojatnosti ili se utvrđuje iz usporednih rezultata laboratorijskih ispitivanja (Phoon i Kulhawy, 1999).

## 2.1 Modeliranje i koeficijenti varijacije inherentne varijabilnosti tla

Radi toga što je tlo nastalo kombinacijom različitih geoloških, fizikalnih, kemijskih i drugih procesa, a neki od njih još uvijek traju i modificiraju tlo, njegova svojstva variraju u svim smjerovima. Prostorna varijacija može se rastaviti na glatko promjenjivu funkciju trenda i fluktuirajuću komponentu. Fluktuirajuća komponenta predstavlja inherentnu

varijabilnost tla. Funkcija fluktuirajuće komponente je statistički homogena ako se srednja vrijednost i varijanca ne mijenjaju s dubinom, korelacija između odstupanja na dvije različite dubine funkcija je samo njihove udaljenosti, a ne njihovih apsolutnih položaja. Fluktacije u profilu svojstava tla biti će ujednačene ako su podaci dobiveni iz homogenog sloja tla.

Problemi kod procjene tipične vrijednosti koeficijenta varijacije je u tome što se u većini dostupne literature koeficijent varijacije temelji na analizama ukupne varijabilnosti, pa koeficijenti varijacije zato mogu biti znatno veći od stvarne inherentne varijabilnosti tla. Inherentna varijabilnost svojstava čvrstoće prikazana je u tablici 1. Neki od problema koji utječu na to su: pomiješani podaci o tlu iz različitih geoloških jedinica (može se smanjiti osiguranjem ispravnog razvrstavanja podataka o tlu u geološke jedinice prije izvedbe statističke analize), nedostatna oprema i proceduralna kontrola (treba odvojiti inherentnu varijabilnost od pogreške mjerenja ako bi se statistički rezultati željeli koristiti za opću upotrebu), ne uklanjaju se deterministički trendovi podataka o tlu (interval uzorkovanja mora biti mali kako varijacija dubine ne bi bila značajna te kako bi koeficijent varijacije bio valjan pokazatelj inherentne varijabilnosti) i dugo vremensko razdoblje u kojem se uzimaju podaci o tlu (zbog promjene u masi tla nakon duljeg vremenskog razdoblja mora se unijeti dodatna varijabilnost).

Tablica 1. Inherentna varijabilnost svojstava čvrstoće (prerađeno prema Baecher, 2003)

Svojstva <sup>a</sup>	Vrsta tla	Broj grupa podataka	Broj ispitivanja po grupi		Vrijednost svojstva		COV svojstva (%)	
			Raspon	Srednja vrijednost	Raspon	Srednja vrijednost	Raspon	Srednja vrijednost
$s_u(UC)$ (kN/m <sup>2</sup> )	Sitnozrnato	38	2-538	101	6-412	100	6-56	33
$s_u(UU)$ (kN/m <sup>2</sup> )	Glina, mulj	13	14-82	33	15-363	276	11-49	22
$s_u(CIUC)$ (kN/m <sup>2</sup> )	Glina	10	12-86	47	130-713	405	18-42	32
$s_u$ (kN/m <sup>2</sup> ) <sup>b</sup>	Glina	42	24-124	48	8-638	112	6-80	32
$\phi$ (°)	Pijesak	7	29-136	62	35-41	37,6	5-11	9
$\phi$ (°)	Glina, mulj	12	5-51	16	9-33	15,3	10-50	21
$\phi$ (°)	Glina, mulj	9	-	-	17-41	33,3	4-12	9
$\tan \phi$ (TC)	Glina, mulj	4	-	-	0,24-0,69	0,509	4-46	20
$\tan \phi$ (DS)	Glina, mulj	3	-	-	-	0,615	6-46	23
$\tan \phi^b$	Pijesak	13	6-111	45	0,65-0,92	0,744	5-14	9

<sup>a</sup>  $s_u$  nedrenirana posmična čvrstoća,  $\phi$  efektivni kut trenja, TC ispitivanje triaksijalne kompresije, UC test neograničene kompresije, UU nekonsolidirani, nedrenirani triaksijalni test, CIUC konsolidirani, izotropni nedrenirani triaksijalni test, DS ispitivanje direktnog posmika

<sup>b</sup> Vrsta laboratorijskih ispitivanja nije navedena.

## 2.1. Svojstva tla

Tlo ima mnogo svojstava koja mogu biti korisna za primjenu u različitim slučajevima. Ovdje su razmatrane tri kategorije njegovih fizikalnih svojstva, a to su: indeksna i klasifikacijska svojstva, mehanička svojstva neporemećenih uzoraka tla i stijene, te in situ svojstva mase tla. Izrazom masa tla opisuje se složena struktura geoloških materijala i njihovih diskontinuiteta koji čine i kontroliraju fizičko ponašanje istih. U tablici 2 prikazani su koeficijenti varijacije za pojedina ispitivanja inženjerskih svojstava tla.



Tablica 2. Koeficijent varijacije za ispitivanje inženjerskih svojstava tla (prerađeno prema Baecher, 2003)

Ispitivanje	Izveštajni COV(%)	Izvor	Standard	Opaska
Apsorpcija	25	1	25	
Šupljine zraka	16-30	4,16	20	
Kut trenja (pijesak)	5-15	2,3,20,21	10	
Kut trenja (glina)	12-56	2,20,21	-	Široka varijacija
Sadržaj bitumena	5-8	4,16	6	
CBR	17-58	1,4	25	
Sadržaj cementa	13-30	4,5	20	
Sadržaj gline	9-70	1,2,14,15,22	25	
Kohezija (nedrenirana)(glina)	20-50	2,20	30	
Kolezija (nedrenirana)(pijesak)	25-30	2	30	
Zbijanje (OMC)	11-43	1,6,12	20,40	Manja vrijednost: glina, veća vrijednost: pijesak

### 2.1.1. Indeksna ispitivanja i klasifikacija tala

Indeksna i klasifikacijska ispitivanja uobičajeno se odnose na opisna, a ne na mehanička svojstva tla. Opisna svojstva uključuju boju, jediničnu težinu, sadržaj vode i raspodjelu zrna, dok mehanička svojstva uključuju čvrstoću, deformabilnost i propusnost. Osim ovdje navedenih svojstva, tlo posjeduju i elektromagnetska, toplinska i druga svojstva. Indeksna i klasifikacijska svojstva su lako mjerljivi atributi korisni u kategorizaciji tla i u izradi grubih prognoza mehaničkih svojstva na temelju korelacija s tim jednostavnim mjerama. Najčešći indeks i klasifikacija svojstva tla su: terenska identifikacija svojstva (boja, miris), volumna svojstva povezana s gustoćom (sadržaj vode, specifična težina, koeficijent pora i dr.) te klasifikacijska svojstva (veličina zrna, ograničenja indeksa).

### 2.1.2. Fizikalna svojstva

Svojstva tla temeljena na gustoći i sadržaju vode iskazana su fizikalnim parametrima. Poroznost tla,  $n$ , je omjer volumena šupljina i ukupnog volumena. Omjer pora  $e$ , definiran je kao odnos volumena pora i volumena krutih čestica. Stupanj zasićenosti,  $S_r$ , je volumen vode prema volumenu pora izražen u postocima. Sadržaj vode,  $w$ , je omjer težine (ne volumena) vode i težine krutih tvari, također izražen kao postotak. Jedinične težine za ukupni uzorak, vodu i krute tvari formiraju se iz omjera težina i odgovarajućih volumena. Specifične težine formiraju se omjerima ukupne težine, vode i jedinične težine krutine prema jediničnoj težini vode pri standardnoj temperaturi i tlaku. Budući da minerali koji tvore tlo (kvarc, feldspati, minerali gline) imaju sličnu jediničnu težinu, većina tla ima specifičnu težinu krutih tvari između 2,65 i 2,85 g/cm<sup>3</sup> (Taylor 1948). Raspon koeficijenta varijacije za relativnu gustoću tla iznosi od 11 do 36%, a za ukupnu i suhu jediničnu težinu koeficijent varijacije je većinom manji od 10% (Phoon and Kulhawy, 1999).

### 2.1.3. Klasifikacijska svojstva

Atterbergove granice indeksna su svojstva kohezivnih tala, koja povezuju sadržaj vode s mehaničkim svojstvima (Atterberg, 1913). Postoje tri Atterbergove granice, a to su granica tečenja,  $w_L$ , granica plastičnosti,  $w_P$  te granica stezanja,  $w_S$ . Razlika između granice tečenja i granice plastičnosti, izražena kao postotna razlika u sadržaju vode, naziva se indeks plastičnosti,  $I_P$ . Indeks plastičnosti je izračunata veličina, a pošto ovisi o granici tečenja i granici plastičnosti, njegova varijanca ovisi o varijancama svake mjerene veličine, te o korelaciji između dvije izmjerene vrijednosti. Granica stezanja predstavlja najmanji sadržaj vode koji se može pojaviti u potpuno zasićenom uzorku tla. Granica tečenja i granica plastičnosti imaju koeficijent varijacije od 30% ili više, s obzirom da je sama pogreška ispitivanja Atterbergovih granica 10% ili više (Baecher, 2003). Čvrstoća nedrenirane gline je slabo povezana s granicom tečenja, s koeficijentima korelacija od oko 0,2 do oko 0,5 ovisno o tlu. Raspodjela veličine zrna u većini se slučajeva iscrtava kao kumulativna funkcija gustoće vjerojatnosti (CDF) ili kao komplementarne kumulativne funkcija gustoće vjerojatnosti (CCDF) na logaritamskoj skali promjera zrna. Uz jednostavan oblik za CDF veličine zrna, na primjer, normalnu, lognormalnu ili ekspancijalnu distribuciju, oblici distribucije veličine zrna mogu se opisati u malom broju statističkih momenata, kao i svaka druga raspodjela frekvencija. U slučaju normalne

ili lognormalne, dovoljna je srednja vrijednost i varijanca, a u eksponencijalnom slučaju, samo je srednja vrijednost dovoljna. Propusnost (ili hidraulička vodljivost) pješčanih filtera može se grubo procijeniti statističkom korelacijom oblika,  $k = 100 D_{10}^2$ , u kojoj je  $k$  propusnost ili hidraulička vodljivost u cm/s, a  $D_{10}$  je u cm.  $D_{10}$  naziva se „djelotvornom veličinom“ za distribuciju (Price i suradnici, 1911). Logaritamska skala promjera se koristi jer dobro odražava relativnu gradaciju skupa čestica, bez obzira na prosječnu veličinu. To jest, slične proporcionalne distribucije veličina čestica proizvode slične krivulje jednostavno horizontalno pomaknute. Koeficijenti varijacije za granice tečenja i plastičnosti variraju između 6 i 30% (Phoon i Kulhawy, 1999).

#### **2.1.4. Svojstva konsolidacije**

Volumen tla koji se optereti s djelovanjem se smanjuje pošto se zrna komprimiraju ili mijenjaju svoju poziciju ili oboje. Naprezanja konsolidacije mogu biti velika te mogu uzrokovati ozbiljne pomake unutar mase tla. U zasićenim tlima konsolidacija odgovara odljevu vode iz pora, a kod nezasićenih tala je taj proces puno složeniji. Uz odljev vode iz pora javlja se i odljev pornih plinova i kompresija plina iz pora. U zasićenom tlu dodavanjem prirasta naprezanja, relativna ne stišljivost vode u porama, u usporedbi s mineralnim skeletom dovodi do toga da prirast naprezanja nosi sama voda. Budući da voda ne može podnijeti posmično naprezanje, devijatorna naprezanja nosi samo mineralni skelet. Konsolidacija je spor proces kojim istjecanje vode iz pora zbog gradijenta pornog tlaka iz unutrašnjosti uzorka ili napregnutog volumena prema van uzrokuje postupno smanjenje tlaka vode u porama i odgovarajući prijenos naprezanja s vode na mineralni skelet. Dodavanjem naprezanja na mineralni skelet, on se komprimira zbog zajedničkog djelovanja deformacije čestica i njihovog premještanja. Reprezentativne vrijednosti koeficijenta varijacije konsolidacije za različita tla kreću se do oko 50%, ali nema mnogo podataka o njima.

#### **2.1.5. Propusnost tla**

Hidraulička vodljivost ili propusnost tla je svojstvo tla koje opisuje brzinu kojom voda teče kroz jedinični presjek tla pod jediničnim gradijentom pornog tlaka. Koeficijent varijacije  $k$  za određeno tlo također može biti velik, prema nekim istraživanjima može se kretati od 50 do 700%, ovisno o vrsti tla. S obzirom na to, uobičajeno je izražavanje

propusnosti u  $\log_{10}$  i modeliranje njezine varijabilnosti za danu formaciju tla pomoću lognormalne razdiobe. Kod glina korištenih za obloge odlagališta, koeficijenti variraju od 27 do 767% (Baecher 2003). Tipični raspon koeficijenta varijacije za prirodni sadržaj vode je između 8 i 30% (Phoon i Kulhawy, 1999).

#### **2.1.6. Svojstva čvrstoće**

In situ ispitivanja kao što su mjerenje broja udarca kod standardnog penetracijskog ispitivanja (SPT) ili otpora penetracije konusa (CPT) koriste se u velikom broju slučajeva, s obzirom na to i rezultiraju velikim brojem podataka. Koeficijenti varijacije za sva in situ ispitivanja su veliki zato što podaci ispitivanja mnogo puta odražavaju male varijacije u svojstvima tla, a i sama ispitivanja mogu unijeti značajnu pogrešku mjerenja kao što je vidljivo iz tablica 3 i 4. Koeficijenti varijacije za većinu ispitivanja jalovine iz rudnika bakra, urana i gipsa iznose od 10 do 25%, a za SPT ide sve do 45% (Baecher, 2003). Iz toga proizlazi da bi čak polovica varijabilnosti između in situ mjerenja mogla proizaći iz slučajnih pogrešaka ispitivanja. Promjenjivost između laboratorijskih ispitivanja efektivnog kuta trenja,  $\phi$ , znatno je manja od one koja se dobije in situ ispitivanjem.

Tablica 3. Koeficijent varijacije za neka uobičajena mjerenja na terenu (prerađeno prema Phoon i Kulhawy, 1999)

Ispitivanje	Svojstva	Vrsta tla	Srednja vrijednost	Mjerna jedinica	COV(%)	
<b>CPT</b>	$q_T$	Glina	0,5-2,5	MN/m <sup>2</sup>	<20	
	$q_c$	Glina	0,5-2	MN/m <sup>2</sup>	20-40	
	$q_c$	Pijesak	0,5-30	MN/m <sup>2</sup>	20-60	
<b>VST</b>	$s_\alpha$	Glina	5-400	kN/m <sup>2</sup>	10-40	
<b>SPT</b>	N	Glina i pijesak	10-70	Blows/ft	25-50	
<b>DMT</b>	A očitavanje	Glina	100-450	kN/m <sup>2</sup>	10-35	
	A očitavanje	Pijesak	60-1300	kN/m <sup>2</sup>	20-50	
	B očitavanje	Glina	500-880	kN/m <sup>2</sup>	10-35	
	B očitavanje	Pijesak	350-2400	kN/m <sup>2</sup>	20-50	
	$I_D$	Pijesak	1-8		20-60	
	$K_D$	Pijesak	2-30		20-60	
	$E_D$	Pijesak	10-50	MN/m <sup>2</sup>	15-65	
	<b>PMT</b>	$p_L$	Glina	400-2800	kN/m <sup>2</sup>	10-35
		$p_L$	Pijesak	1600-3500	kN/m <sup>2</sup>	20-50
$E_{PMT}$		Pijesak	5-15	MN/m <sup>2</sup>	15-65	
<b>Lab. indeksi</b>	$w_g$	Glina i mulj	13-100	%	8-30	
	$W_L$	Glina i mulj	30-90	%	6-30	
	$W_P$	Glina i mulj	15-15	%	6-30	
	PI	Glina i mulj	10-40	%	- <sup>a</sup>	
	LI	Glina i mulj	10	%	- <sup>a</sup>	
	$\gamma, \gamma_d$	Glina i mulj	13-20	KN/m <sup>3</sup>	<10	
	$D_f$	Pijesak	30-70	%	10-40	
					50-70 <sup>b</sup>	

<sup>a</sup>COV =(3-12%)

<sup>b</sup>Prvi raspon varijabli daje ukupnu varijabilnost za izravnu metodu određivanja, a drugi raspon vrijednosti daje ukupnu varijabilnost za neizravno određivanje pomoću SPT vrijednosti.

Tablica 4. Varijabilnost laboratorijskih ispitivanja  $\phi$  za različite vrste tla (prerađeno prema Phoon i Kulhawy, 1999)

Vrsta tla	COV (%)
Razna tla	9
Glina	40
Aluvij	16
Pijesak	2-5
Jalovina	5-20

Tipični rasponi koeficijenta varijacije u ispitivanjima jednoosne tlačne čvrstoće (UC), nekonsolidirano-nedrenirane triaksijalne kompresije (UU) i konsolidirane izotropne nedrenirane triaksijalne kompresije (CIUC) su od 20 do 55%, od 10 do 30% i od 20 do 40%. Stoga se razlike u koeficijentima varijacije ne mogu pripisati razlikama u tipovima tla korištenim u različitim ispitivanjima.

Tablica 5. Sažetak inherentne varijabilnosti indeksnih parametara (prerađeno prema Baecher, 2003)

Svojstva <sup>a</sup>	Vrsta tla <sup>b</sup>	Broj grupa podataka	Broj ispitivanja po grupi		Vrijednost svojstva		COV svojstva (%)	
			Raspon	Srednja vrijednost	Raspon	Srednja vrijednost	Raspon	Srednja vrijednost
w <sub>n</sub> (%)	Sitnozrnato	40	17-439	252	13-105	29	7,46	18
w <sub>l</sub> (%)	Sitnozrnato	38	15-299	129	27-89	51	7,39	18
w <sub>p</sub> (%)	Sitnozrnato	23	32-299	201	14-27	22	6-34	16
PI	Sitnozrnato	33	15-299	120	12-44	25	9-57	29
LI	Glina, mulj	2	32-118	75	-	0,094	60-88	74
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	Sitnozrnato	6	5-3200	564	14-20	17,5	3-20	9
$\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> )	Sitnozrnato	8	4-315	122	13-18	15,7	2-13	7
D <sub>r</sub> (%) <sup>c</sup>	Pijesak	5	-	-	30-70	50	11-36	19
D <sub>r</sub> (%) <sup>d</sup>	Pijesak	5	-	-	30-70	50	49-74	61

<sup>a</sup>w<sub>n</sub> (%) prirodni sadržaj vode, w<sub>l</sub> (%) granica tečenja, w<sub>p</sub> (%) granica plastičnosti, PI indeks plastičnosti, LI indeks tečenja,  $\gamma$  (kN/m<sup>3</sup>) jedinična težina,  $\gamma_d$  (kN/m<sup>3</sup>) suha jedinična težina, D<sub>r</sub> relativna gustoća

<sup>b</sup>Fino zrnati materijali koji potječu iz raznih geoloških podrijetla, glacijalnih naslaga, tropskih tala i lesa.

<sup>c</sup>Ukupna varijabilnost za izravnu metodu određivanja.

<sup>d</sup>Ukupna varijabilnost za neizravno određivanje korištenjem SPT vrijednosti.

### **2.1.7. Kut trenja**

Razlike u koeficijentu varijacije za kut trenja pijeska i gline uzrokovane su prvenstveno razlikama srednjeg kuta trenja. Koeficijent varijacije je obrnuto proporcionalan srednjoj vrijednosti ako je standardna devijacija konstantna. Za većinu tla je srednji kut trenja između 20 i 40°, a koeficijent varijacije srednjeg kuta trenje je između 5 i 15%.

### **2.1.8. Mjerilo fluktuacije**

Metodom momenata dolazimo do mjerila fluktuacije. Podataka o mjerilima fluktuacije ima i manje nego o koeficijentima varijacije inherentne varijabilnosti tla. Najčešće je mjerilo vertikalne fluktuacije za nedreniranu posmičnu čvrstoću 1-2 m, iako može biti i 6 m. Za otpor na vrhu konusa je manji od 1 m, kod testa krilne sonde ta vrijednost se kreće od 2 do 6 m, za indeksne parametre mjerilo vertikalne fluktuacije se kreće u rasponu 2-10 m. Mjerilo horizontalne fluktuacije je veće od mjerila vertikalne fluktuacije te se obično kreće između 40 i 60 m što ne mora čuditi pošto su svojstva tla varijabilnija u vertikalnom smjeru, nego u horizontalnom. Vrijednost mjerila horizontalne fluktuacije za prirodni sadržaj vode doseže i 170 m što pokazuje da je vrijednost za ovaj parametar za otprilike 3 do 4 puta veća nego za ostale parametre tla. Indeksni parametri su manje varijabilni i u horizontalnom i u vertikalnom smjeru u usporedbi s ostalim parametrima tla.

## **2.2. Statističke razdiobe geotehničkih parametara tla**

Empirijske razdiobe vjerojatnosti koje karakteriziraju opažanja u tlu obično se izvještavaju u histogramima, ali također ostaju dostupni analitički oblici koji služe za modeliranje funkcija raspodjele uzorka. Najčešće analitičke funkcije distribucije su one općeg eksponencijalnog oblika u kojima su  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  konstante. Poznatije razdiobe koje imaju ovakav oblik su normalna, lognormalna, eksponencijalna i gamma. Normalna razdioba poznata je po svom karakterističnom obliku zvona, i ona je najčešća, a naziva se još i Gaussova distribucija. Lognormalna razdioba opisuje distribuciju varijable čiji je logaritam normalno distribuiran. Eksponencijalna razdioba je funkcija jednog parametra i jedna je od najjednostavnijih. Geotehnički podaci često se opisuju i ograničenim razdiobama, a najčešće se koristi beta razdioba, čije su prednosti fleksibilnost i gornjih i

donjih granica. Parametri čvrstoće tla često se modeliraju normalnom ili lognormalnom razdiobom, a u nekim slučajevima i fleksibilnim razdiobama kao npr. beta razdioba.

### **2.2.1. Pogreške mjerenja**

Pogreške mjerenja sastavni su dio vrijednosti svojstava tla, što se očituje kroz sustavna odstupanja u prosječnim mjerenjima vrijednosti tog svojstva i kroz slučajne pogreške. Pogreška je rezultat brojnih mehanizama koji su većinom poznati, od kojih se posebno može istaknuti poremećenje ispitnog uzorka tla, koje najčešće uzrokuje sustavnu degradaciju prosječnih svojstava tla. Drugi čimbenik koji doprinosi pogrešci mjerenja je transformacijski model, koji se koristi za interpretaciju izmjerenih podataka. On često uvodi različita pojednostavljena koja doprinose ukupnoj pogrešci mjerenja. Pogreška transformacije modela obično se procjenjuje empirijski uspoređivanjem predviđanja napravljenih iz izmjerenih vrijednosti inženjerskih parametara tla s uočenim svojstvima. Slučajna pogreška mjerenja je dio raspršenosti podataka koji se može pripisati varijacijama koje su inducirane instrumentom ili operaterom od jednog ispitivanja do drugog. Za sustavnu razliku između stvarne vrijednosti i prosjeka mjerenja kaže se da je pristranost mjerenja, dok se za varijabilnost mjerenja u odnosu na njihovu srednju vrijednost kaže da je slučajna pogreška mjerenja. Slučajne pogreške mjerenja svojstava tla teško je izravno procijeniti jer je većina tla destruktivno ispitana. Koeficijenti varijacije slučajnih pogrešaka mjerenja za granicu tečenja i granicu plastičnosti kreću se od oko 5% do oko 15% (Baecher, 2003). Neizravni način procjene slučajne pogreške mjerenja je korištenje prostorne strukture rezultata ispitivanja na terenu. Ovaj pristup, koristeći funkciju autokorelacije, uspijeva zaobići problem uzrokovan destruktivnim ispitivanjem koristeći činjenicu da svojstva tla imaju tendenciju prostorne korelacije, te da su svojstva na blisko raspoređenim mjestima u prosjeku sličnija nego svojstva na velikoj udaljenosti. Propadanje ove korelacije s udaljenošću razdvajanja može se interpolirati natrag na ishodište (nulto odvajanje) dijagrama autokorelacije kako bi se zaključila pogreška mjerenja.

Pogreška mjerenja proizlazi iz učinaka opreme, postupaka operatera i efekata slučajnog ispitivanja. Učinci opreme proizlaze iz netočnosti mjernih uređaja i varijacija u geometriji opreme i sustava koji se koristi za ispitivanje. Proceduralni učinci operatera proizlaze iz ograničenja u standardima ispitivanja i načina na koji se provode. Pogreška slučajnog



ispitivanja odnosi se na preostalo raspršenje u rezultatima ispitivanja koje se ne može dodijeliti specifičnim parametrima ispitivanja i nije uzrokovano inherentnom varijabilnosti tla (Orchant i suradnici, 1988). Mjerne pogreške in situ ispitivanja prikazane su u tablici 6.

Tablica 6. Mjerne pogreške uobičajenog in situ ispitivanja (prerađeno prema Orchant i suradnici, 1988)

Ispitivanje	Koeficijent varijacije, COV (%)				
	Pribor	Postupak	Nasumično	Ukupno	Raspon
Standardni penetracijski postupak (SPT)	5-75	5-75	12-15	14-100	15-45
Mehaničko ispitivanje penetracije konusa (MCPT)	5	10-15	10-15	15-22	15-25
Ispitivanje penetracije električnog konusa (ECPT)	3	5	5-10	7-12	5-15
Ispitivanje krilnom sondom (VST)	5	8	10	14	10-20
Ispitivanje dilatometrom (DMT)	5	5	8	11	5-15
Ispitivanje presiometrom (PMT)	5	12	10	16	10-20
Ispitivanje presiometrom za samopovrtanje (SBPMT)	8	15	8	19	15-25
$COV(Ukupno) = [\text{COV}(\text{pribor})^2 + \text{COV}(\text{postupak})^2 + \text{COV}(\text{Nasumično})^2]^{0,5}$ <p>Zbog ograničenih podataka i prosudbe uključenih u procjenu COV-a, rasponi predstavljaju vjerojatne veličine mjerne pogreške terenskog ispitivanja. Scenarija najboljeg do prvog slučaja, odnosno za SPT, otpori vrha i bočne strane, odnosno za CPT.</p>					

### 2.2.2. Laboratorijska ispitivanja

Pogreška mjerenja može se odrediti analizom varijacija rezultata dobivenih ispitivanjem tla koje se provodi na nominalno identičnim uzorcima tla. U tablici 7 prikazane su ukupne pogreške mjerenja laboratorijskih ispitivanja. Za različite vrste ispitivanja posmične čvrstoće ne mogu se uočiti očite razlike u koeficijentu varijacije koji je većinom manji od 20%. Pogreške mjerenja se procjenjuju na 5 do 15%. Kod kuta unutarnjeg trenja nema vidljive razlike za različite vrste ispitivanja koeficijenta varijacije koji je većinom manji

od 20%. Značajne su razlike u kutovima trenja uzrokovane linearizacijom zakrivljene anvelope sloma u različitim rasponima ograničavajućeg tlaka.

Pogreške mjerenja se procjenjuju na 5 do 15%. Kod prirodnog sadržaja vode nema trendova koeficijenta varijacije pa se on kreće od 12 do 113%. Raspon mjerne pogreške granice tečenja iznosi od 5 do 10%, dok kod granice plastičnosti iznosi od 10 do 15%. Pogreška mjerenja prirodnog sadržaja vode na temelju malo dostupnih podataka kreće se između onih u ispitivanju granica tečenja i plastičnosti. U slučaju indeksa plastičnosti standardna devijacija za pogrešku mjerenja iznosi oko 4%, dok za inherentnu varijabilnost ona iznosi oko 8%. Za ukupnu jediničnu težinu koeficijent varijacije pogreške mjerenja jedan je od najmanjih među svim ispitivanjima i iznosi od 1 do 2%. Dok se kod terenskih ispitivanja najveća mjerna pogreška dobiva kod ispitivanja standardnim penetracijskim postupkom, a najmanja kod ispitivanja utiskivanjem konusa i ispitivanja dilatometrom (Phoon i Kulhawy, 1999).

Tablica 7. Ukupne pogreške mjerenja laboratorijskih ispitivanja (prerađeno prema Baecher, 2003)

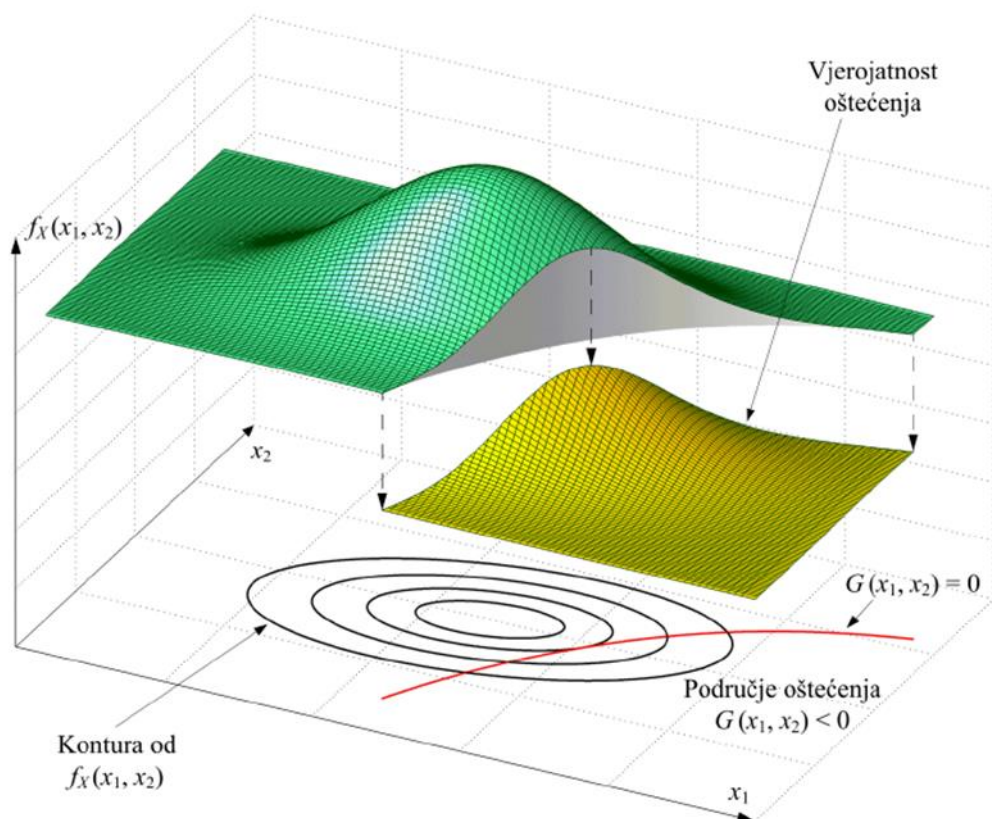
Svojstva <sup>a</sup>	Vrstata	Br. grupa podataka	Broj ispitivanja po grupi		Vrijednost svojstva		COV svojstva (%)	
			Raspon	$\bar{x}$	Raspon	$\bar{x}$	Raspon	$\bar{x}$
$s_u$ (TC) (kN/m <sup>2</sup> )	Glina, mulj	11	-	13	7-407	125	8-38	19
$s_u$ (DS) (kN/m <sup>2</sup> )	Glina, mulj	2	13-17	15	108-130	119	19-20	20
$s_u$ (LV) (kN/m <sup>2</sup> )	Glina	15	-	-	4-123	29	5-37	13
$\varphi$ (TC) (°)	Glina, mulj	4	9-13	10	2-27	19,1	7-56	24
$\varphi$ (DS) (°)	Glina, mulj	5	9-13	11	24-40	33,3	3-29	13
$\varphi$ (DS) (°)	Pijesak	2	26	26	30-35	32,7	13-14	14
$\tan \varphi$ (TC)	Pijesak, mulj	6	-	-	-	-	2-22	8
$\tan \varphi$ (DS)	Glina, mulj	2	-	-	-	-	6-22	14
$w_n$ (%)	Sitnozr nato	3	82-88	85	16-21	18	6-12	8
$w_l$ (%)	Sitnozr nato	26	41-89	64	17-113	36	3-11	7
$w_p$ (%)	Sitnozr nato	26	41-89	62	12-35	21	7-18	10
PI	Sitnozr nato	10	41-89	61	4-44	23	5-51	24
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	Sitnozr nato	3	82-88	85	16-17	17,0	1-2	1

<sup>a</sup>LV - laboratorijsko ispitivanje smicanja krilne sonde

### 3 Pregled metoda pouzdanosti

Potreba za racionalnijim projektiranjem konstrukcija javila se zbog povećanja ekonomske isplativosti projekata. Za razliku od klasičnog pristupa geotehničkom projektiraju, geotehnički parametri nisu predstavljeni jedinstvenom vrijednošću, već se razmatraju kao slučajne varijable. Problematika same analize pouzdanosti svodi se na određivanje vrijednosti višedimenzionalnog integrala s podintegralnom funkcijom združene funkcije gustoće vjerojatnosti svih slučajnih varijabli. Integracija se odvija u području u kojem je vrijednost funkcije graničnog stanja manja ili jednaka nuli. Rješenje integrala pouzdanosti je vjerojatnost pojave sloma.

Na slici 3 prikazana je združena funkcija gustoće vjerojatnosti dviju slučajnih varijabli  $X_1$  i  $X_2$ , funkcija graničnog stanja, kontura združene funkcije gustoće vjerojatnosti. Manji volumen združene funkcije gustoće koja predstavlja vjerojatnost pojave sloma, a veći pouzdanost, dok je ukupni volumen jednak jedan.

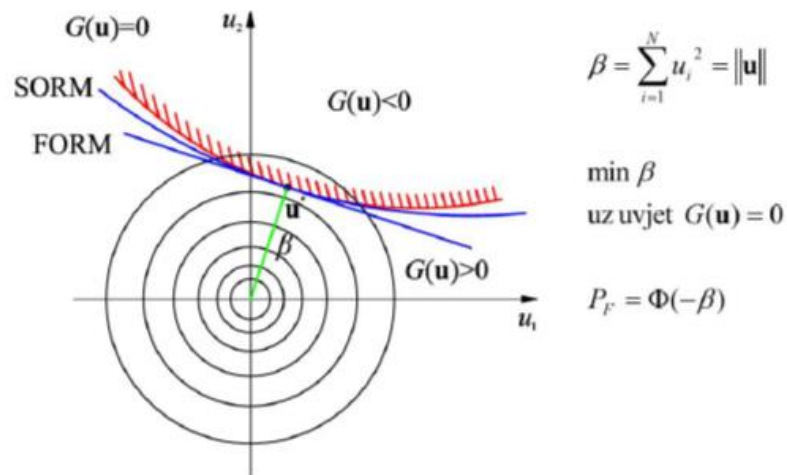


Slika 3. Združenu funkciju gustoće vjerojatnosti (Pirić, 2014)

### 3.1 Metoda FORM

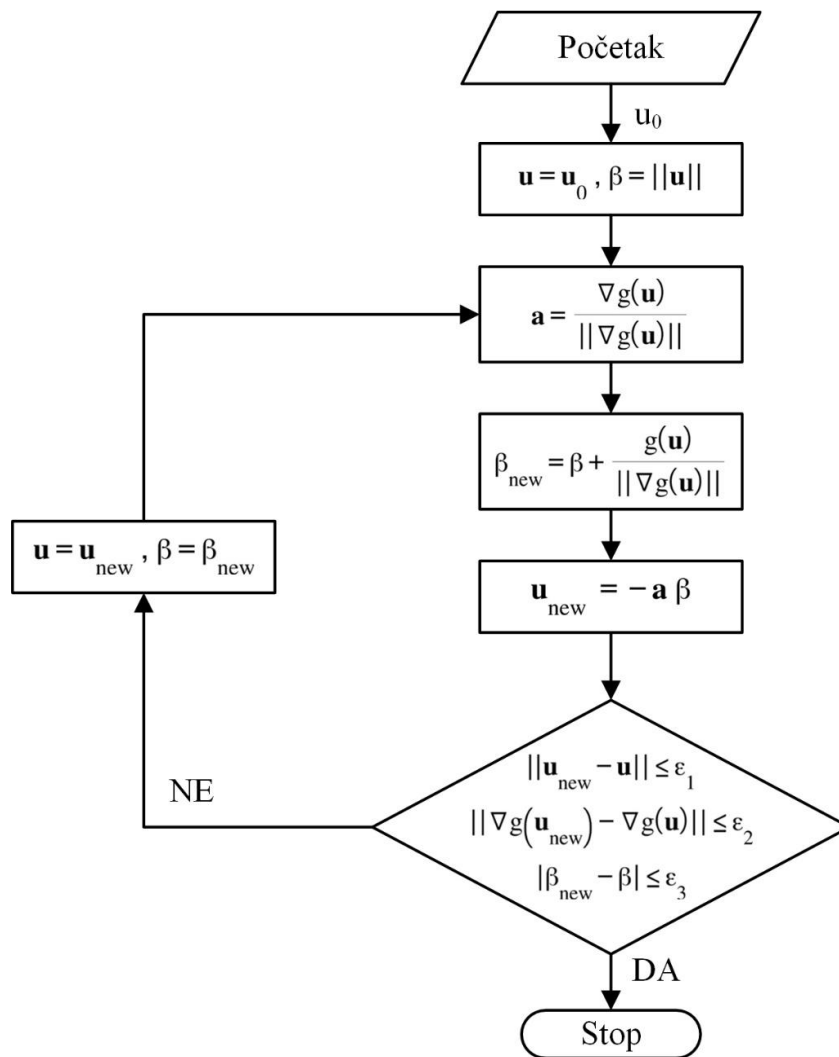
Metoda koja se najviše koristi u analizi pouzdanosti konstrukcija je FORM (*eng. First Order Reliability Method*). Ova metoda se zasniva na razvoju funkcije graničnog stanja u Taylorov red. Promjene u formulaciji problema nemaju utjecaj na funkciju graničnog stanja te njenu derivaciju. U FORM metodi kreće se od uvjeta da su sve varijable nezavisne, odnosno sve slučajne varijable se moraju pretvoriti u standardne normalne slučajne varijable. Nakon pretvorbe slučajnih varijabli, funkcija graničnog stanja se također pretvara u standardni normalni prostor te se definira indeks pouzdanosti (Pirić, 2014).

Indeks pouzdanosti se u tom koraku definira kao najkraća udaljenost od ishodišta do plohe sloma u standardnom normalnom prostoru.(slika 4.)



Slika 4. Prikaz indeksa pouzdanosti (Pirić, 2014)

Iterativnim postupkom (slika 5) izračunava se indeks pouzdanosti ili najkraća udaljenost. U završnom koraku metode FORM aproksimira se područje sloma područjem koje je razdvojeno tangentnim hiper ravninama u projektnoj točki. Aproksimacija prvog reda vjerojatnosti sloma jednaka je udjelu vjerojatnosti izvan hiper ravnine.



Slika 5. Dijagram toka FORM metode (prerađeno prema Xie i Huang, 2016)

### 3.1.1 Primjena pouzdanosti u geotehničkom inženjerstvu

Izračuni pouzdanosti sredstvo su procjene kombiniranih učinaka neizvjesnosti i sredstvo za razlikovanje uvjeta u kojima su one značajno visoke ili niske. Zbog toga što teorija pouzdanosti uključuje pojmove i koncepte koji nisu poznati velikom broju inženjera geotehnike, te zbog toga što se uobičajeno smatra da bi korištenje pouzdanosti zahtijevalo više podataka, vremena i truda od klasičnih geotehničkih proračuna, teorija pouzdanosti nije našla širu primjenu u svakodnevnoj inženjerskoj u praksi.

Pouzdanost predstavlja vjerojatnost pozitivnog ishoda te je ona komplement vjerojatnosti pojave sloma. U slučaju kada bi postojala vjerojatnost od 1% da je faktor sigurnosti manji od 1,3, pouzdanost je 99%, odnosno vjerojatnost da je faktor sigurnosti veći od 1,3 iznosi 99%. Važno je za naglasiti da rezultati jednostavnih analiza pouzdanosti nisu ni više ni

manje točni od konvencionalnih determinističkih analiza koje koriste iste vrste podataka. Najbolji bi se rezultat postigli kombinacijom korištenja faktora sigurnosti i analiza pouzdanosti (Phoon i Ching, 2015).

Vjerojatnost pojave sloma i rizik povezani su pojmovi. Rizik je povezan s vjerojatnošću pojave neželjenog događaja, a uključuje i posljedice njegove realizacije. Na primjer, rizik može predstavljati situacije u kojima će doći do klizanja potpornog zida gdje bi on još uvijek ostao stabilan, ali bi pretrpio deformacije koje bi vizualno narušile njegov izgled. Sama procjena rizika uključuje određivanje vjerojatnost pojave neželjenog događaja i procjenu posljedice u slučaju njegove realizacije.

### 3.2 Metoda Monte Carlo

Metoda Monte Carlo, MCS (*eng. Monte Carlo Simulation*) se može tretirati kao „crna kutija“ koja uzima uzorke slučajnih varijabli kao ulaz i vraća vjerojatnost pojave sloma ili druge rezultate analize pouzdanosti kao izlaz. Ne daje informacije o propagaciji neizvjesnosti kroz postupak provedbe analize. Nejasno one propagiraju od ulaznih parametara, preko determinističkog modela, do ishoda analize pouzdanosti i kakav je njihov utjecaj na rezultate analize pouzdanosti (npr. vjerojatnost sloma). Kako bi se riješio ovaj nedostatak MCS-a, generirani uzorci sloma u MCS-u se prikupljaju i ponovno analiziraju kako bi se procijenili učinci različitih nesigurnosti na vjerojatnost sloma. Pristup analizi vjerojatnosti sloma sadrži dvije glavne komponente: ispitivanje hipoteza za određivanje prioriteta učinaka različitih nesigurnih parametara i Bayesovu analizu za daljnje kvantificiranje njihovih učinaka.

Metoda Monte Carlo je numerički proces uzastopnog izračunavanja matematičkog ili empirijskog operatora, u kojem su varijable unutar operatora slučajne ili sadrže neizvjesnosti s propisanim razdiobama vjerojatnosti (Phoon i Ching, 2015). Ne daje informacije o propagaciji neizvjesnosti kroz postupak provedbe analize. Ponavljani izračuni dovode do velikog broja izlaznih podataka koji se mogu izravno koristiti u procjeni vjerojatnosti sloma  $P_f$  i statističkih karakteristika objektivne funkcije (npr. srednja vrijednost, standardna devijacija i funkcija gustoće vjerojatnosti). MCS je konceptualno jednostavan i može se tretirati kao ponavljajuće računalno izvođenje konvencionalnog determinističkog modeliranja na sustavan način. U usporedbi s analitičkim metodama pouzdanosti (npr. FORM, FOSM, SORM), MCS se može

primijeniti i na složene inženjerske probleme i sustave, te se često koristi u probabilističkim analizama u geotehničkom inženjerstvu (Phoon i Ching, 2015).

Iako MCS pruža jednostavan i robustan način za procjenu vjerojatnosti sloma i za određivanje statističkih obilježja funkcija graničnih stanja, metoda ima i nedostataka od kojih se posebno ističe loša rezolucija i učinkovitost, osobito na malim razinama vjerojatnosti. Razlučivost i točnost MCS-a ovise o broju provedenih simulacija. S povećanjem broja simulacija razlučivost i točnost metode se poboljšavaju. U slučajevima kada je vjerojatnost sloma  $P_f$  mala vrijednost, a zahtijevana je visoka točnost rezultata, MCS zahtijeva provedbu velikog broja simulacija. Navedeno ima za posljedicu dugo trajanje proračuna i zahtjevnost spram računalnih resursa. Učinak navedenog nedostatka može se umanjiti uvođenjem napredne MCS metode nazvane simulacija podskupa (*eng. „Subset Simulation“*). Simulacija podskupa integrirana je s MCS analizom pouzdanosti i pristupima dizajnu za poboljšanje učinkovitosti i razlučivosti procjene vjerojatnosti sloma na malim razinama vjerojatnosti.

### 3.2.1 Simulacija podskupa

Simulacija podskupa je napredna MCS metoda koja koristi uvjetnu vjerojatnost i metodu Monte Carlo Markovljevi lanci (MCMC) za učinkovito izračunavanje male vjerojatnosti pojave sloma. Izražava rijedak događaj  $E$  s malom vjerojatnošću kao slijed međudogađaja  $\{E_1, E_2, \dots, E_m\}$  s većim uvjetnim vjerojatnostima i koristi posebno dizajnirane Markovljeve lance za generiranje uvjetnih uzoraka tih među događaja dok se ne postigne ciljano domena uzorka (Phoon i Ching, 2015).

Postupak počinje s izravnim MCS-om, u kojem se generira  $N$  izravnih MCS uzoraka.  $Y$  vrijednosti za  $N$  uzoraka izračunavaju se i rangiraju uzlaznim redoslijedom.  $(1 - p_0) N - ta$  vrijednost u rastućem popisu  $Y$  vrijednosti je odabrana kao  $y_1$ , pa je stoga procjena uzorka za  $P(E_1) = P(Y > y_1)$  je  $p_0$ . Drugim riječima, postoji  $p_0 N$  uzoraka s  $E_1 = Y > y_1$  između  $N$  uzoraka generiranih iz izravnog MCS-a. Zatim se  $p_0 N$  uzorci s  $E_1 = Y > y_1$  koriste kao sjeme (*eng. seed*) za primjenu MCMC-a za simulaciju  $N$  dodatnih uvjetnih uzoraka danih  $E_1 = Y > y_1$ . Uzorci  $p_0 N$  sjemena se zatim odbacuju tako da postoji ukupno  $N$  uzoraka s  $E_1 = Y > y_1$ .  $Y$  vrijednosti  $N$  uzoraka s  $E_1 = Y > y_1$  ponovno se rangiraju uzlaznim redoslijedom, a  $(1 - p_0) N - ta$  vrijednost na rastućoj listi  $Y$  vrijednosti je odabrana kao  $y_2$ , što definira  $E_2 = Y > y_2$ . Procjena uzorka za  $P(E_2|E_1) =$



$P(Y > y_2 | Y > y_1)$  također jednaka  $p_0$ . Slično, postoje  $p_0 N$  uzorci s  $E_2 = Y > y_2$ . Ovi uzorci daju sjeme u MCMC-u za simulaciju dodatnih  $N$  uvjetnih uzoraka s  $E_2 = Y > y_2$ . Zatim se  $p_0 N$  uzorci sjemena odbacuju, tako da postoji  $N$  uvjetnih uzoraka s  $E_2 = Y > y_2$ . Postupak se ponavlja  $m$  puta dok se ne postigne prostor vjerojatnosti od interesa (tj. domena uzorka s  $Y > y_m$ ). Procedure simulacije podskupa sadrže  $m + 1$  koraka, uključujući jedan izravni MCS za generiranje bezuvjetnih uzoraka i  $m$  koraka MCMC-a za simulaciju uvjetnih uzoraka. Koraci od  $m + 1$  simulacija nazivaju se „ $m + 1$  razinama“ u simulaciji podskupa.  $N + m(1 - p_0) N$  uzoraka dobiva se iz  $m + 1$  razina simulacija.

## 4 Primjena metoda pouzdanosti u Eurokodu 7

Eurokod je skup obvezujućih projektnih normi unutar članica Europske unije koje su ga usvojile. Zadaća Eurokoda je uspostaviti jedinstveni pristup projektiranju građevinskih konstrukcija, odnosno provjeri njihove mehaničke otpornosti i stabilnosti.

Eurokod se sastoji se od deset dijelova:

1. HRN EN 1990, Eurokod: Osnove projektiranja konstrukcija (Hrvatski zavod za norme, 2011)
2. HRN EN 1991, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukciju (Hrvatski zavod za norme 2011)
3. HRN EN 1992, Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija (Hrvatski zavod za norme 2011)
4. HRN EN 1993, Eurokod 3: Projektiranje čeličnih konstrukcija (Hrvatski zavod za norme 2011)
5. HRN EN 1994, Eurokod 4: Projektiranje spregnutih čelično-betonskih konstrukcija (Hrvatski zavod za norme 2011)
6. HRN EN 1995, Eurokod 5: Projektiranje drvenih konstrukcija (Hrvatski zavod za norme 2011)
7. HRN EN 1996, Eurokod 6: Projektiranje zidanih konstrukcija (Hrvatski zavod za norme 2011)
8. HRN EN 1997, Eurokod 7: Geotehničko projektiranje (Hrvatski zavod za norme 2011)
9. HRN EN 1998, Eurokod 8: Projektiranje potresne otpornosti konstrukcija (Hrvatski zavod za norme 2011)
10. HRN EN 1999, Eurokod 9: Projektiranje aluminijskih konstrukcija (Hrvatski zavod za norme 2011)

Dodaci B i C norme EN 1990 odnose se na pouzdanost konstrukcija. U dodatku B dane su smjernice za upravljanje pouzdanošću građevina. Uvedeni su razredi posljedica temeljeni na posljedicama sloma promatrane konstrukcije ili njenog elementa, što je prikazano u tablici 8.

Tablica 8. Definicija razreda posljedica (eng: *Consequences Classes, CC*) (Hrvatski zavod za norme, 2011)

Razred posljedica	Opis	Primjeri zgrada i inženjerskih građevina
CC3	Velike posljedice gubitka ljudskih života ili vrlo velike ekonomske i društvene posljedice i posljedice po okoliš	Stadioni, javne zgrade s velikim posljedicama sloma
CC2	Srednje posljedice gubitka ljudskih života i znatne ekonomske i društvene posljedice i posljedice po okoliš	Stambene i uredske zgrade, javne zgrade sa srednjim posljedicama sloma
CC1	Male posljedice gubitka ljudskih života i male ili zanemarive ekonomske i društvene posljedice i posljedice po okoliš	Poljoprivredne zgrade u kojima obično nema ljudi

Pouzdanost konstrukcija moguće je mjeriti indeksom pouzdanosti ( $\beta$ ). Prema njegovoj vrijednosti, Eurokod definira tri razreda pouzdanosti (eng. *Reliability Classes, RC*) s pripadnim vrijednostima indeksa pouzdanosti za različita poredbena razdoblja i granična stanja (tablica 9). Razredi pouzdanosti vezani su za razrede posljedica koji su prikazani u tablici 8.

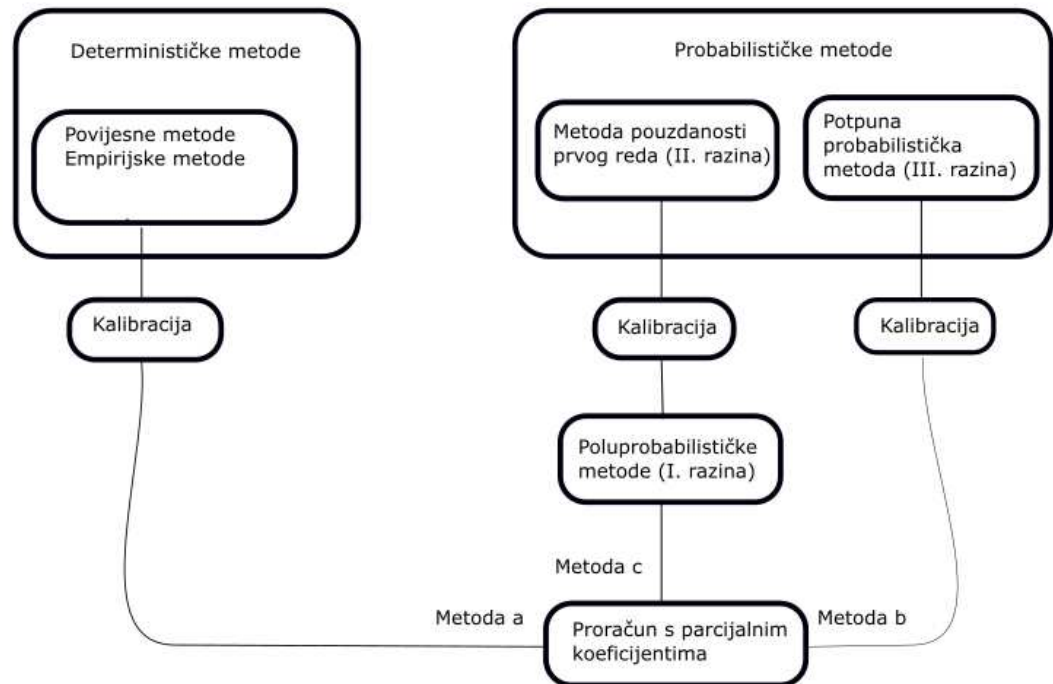
Tablica 9. Preporučene, najmanje vrijednosti indeksa pouzdanosti  $\beta$  za granična stanja nosivosti (Hrvatski zavod za norme, 2011)

Razred pouzdanosti	Najmanja vrijednost $\beta$	
	Poredbeno razdoblje 1 godina	Poredbeno razdoblje 50 godina
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

U dodatku C prikazane su osnove proračuna pouzdanosti konstrukcija, metode pouzdanosti te kalibracija parcijalnih koeficijenata primjenom tih metoda.

Metode pouzdanosti podijeljene su u dva glavna razreda (slika 6):

1. Potpune probabilističke metode (III. razina) – daju točne odgovore na problematiku pouzdanosti
2. Metode pouzdanosti prvog reda (II. razina) – smatraju se dovoljno točnim za većinu konstrukcije primijene



3. Slika 6. Pregled metoda pouzdanosti (Hrvatski zavod za norme, 2011)

#### 4.1 Definicija indeksa pouzdanosti:

Pouzdanost konstrukcije može mjeriti i vjerojatnošću preživljavanja  $P_s$ , koja je definirana kao komplement vjerojatnosti pojave sloma, što se može zapisati kako slijedi:

$$P_s = 1 - P_f \quad (4.1)$$

gdje je  $P_f$  vjerojatnost pojave sloma. Ako je proračunata vrijednost pojave sloma manja od ciljane vrijednosti, tada se smatra da je konstrukcija sigurna. Vjerojatnost pojave sloma može se odrediti primjenom sljedećeg izraza:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (4.2)$$

gdje je  $\beta$  indeks pouzdanosti, a  $\Phi(\cdot)$  kumulativna funkcija gustoće vjerojatnosti standardne normalne razdiobe. Odnosi  $P_f$  i  $\beta$  za proizvoljno odabrane vrijednosti prikazani su u tablici 10.

Tablica 10. Odnos  $\beta$  i  $P_f$  (Hrvatski zavod za norme, 2011)

$P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20

Vjerojatnost pojave sloma definirana je kao vjerojatnost da je funkcija graničnog stanja manja ili jednaka nuli, što je prikazano izrazom 4.3. U slučaju kada je  $g > 0$  smatra se da je konstrukcija pouzdana, a ako je  $g \leq 0$  doći će do njenog sloma.

$$P_f = Prob(g \leq 0) \quad (4.3)$$

Funkcija graničnog stanja  $g$  definira se kako slijedi:

$$g = R - S \quad (4.4)$$

U izrazu 4.4  $R$  predstavlja otpornost, a  $S$  učinak djelovanja.

Za određivanje indeksa pouzdanosti primjenom statističkih momenata, potrebno je poznavanje statističke razdiobe funkcije graničnog stanja. Ako je ona normalno distribuirana, indeks pouzdanosti određuje se primjenom sljedećeg izraza:

$$\beta_{NORMAL} = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad (4.5)$$

U izrazu 5,  $\mu_g$  predstavlja srednju vrijednost od  $g$ , a  $\sigma_g$  njenu standardnu devijaciju. Iz toga slijedi:

$$\mu_g - \beta\sigma_g = 0 \quad (4.6)$$

$$P_f = Prob(g \leq 0) = Prob(g \leq \mu_g - \beta\sigma_g) \quad (4.7)$$

Ako se pretpostavi lognormalna raspodjela funkcije graničnog stanja, indeks pouzdanosti određuje se primjenom sljedećeg izraza:

$$\beta_{LOGNORMAL} = \frac{\ln\left(\frac{g_{MLV}}{\sqrt{1 + (COV_g)^2}}\right)}{\sqrt{\ln(1 + (COV_g)^2)}} \quad (4.8)$$

gdje je:  $g_{MLV}$  najvjerojatnija vrijednost od  $g$

$COV_g$  koeficijent varijacije od  $g$

Za parametre otpornosti materijala, konstrukcije i nepouzdanosti modela najčešće se koriste lognormalna i Weibullova razdioba, dok se za vlastitu težinu najčešće koristi normalna. U tablici 11 prikazane su ciljane vrijednosti  $\beta$  za različita granična stanja i poredbena razdoblja.

Tablica 11. Ciljani indeks pouzdanosti  $\beta$  za razred RC2 za konstrukcijske elemente (Hrvatski zavod za norme, 2011)

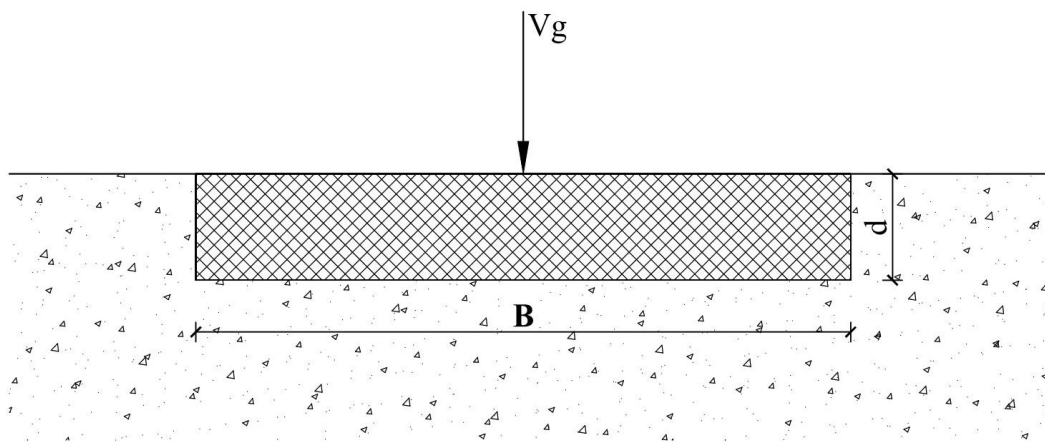
Granično stanje	Ciljani indeks pouzdanosti	
	1 godina	50 godina
<b>Granično stanje nosivosti</b>	4,7	3,8
<b>Granično stanje zamora</b>		1,5 do 3,8
<b>Granično stanje uporabljivosti</b>	2,9	1,5

## 5 Analize pouzdanosti

### 5.1 Plitki temelj

#### 5.1.1 Drenirano stanje

U ovom numeričkom primjeru provest će se FORM i Monte Carlo drenirana analiza pouzdanosti plitkog temelja opterećenog stalnim vertikalnim djelovanjem. Provode se parametarske analize s varijacijama geometrije i vrijednosti parametara slučajnih varijabli. Na slikama 8, 9 i 10 prikazani su odnosi indeksa pouzdanosti  $\beta$  i broja simulacija, odnosi vjerojatnosti sloma prema FORM i Monte Carlo metodi, odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti prema Monte Carlo metodi i utjecaj dominantnog parametra na indeks pouzdanosti. U tablici 12 prikazane su karakteristike slučajnih i determinističkih varijabli korištenih u analizama.

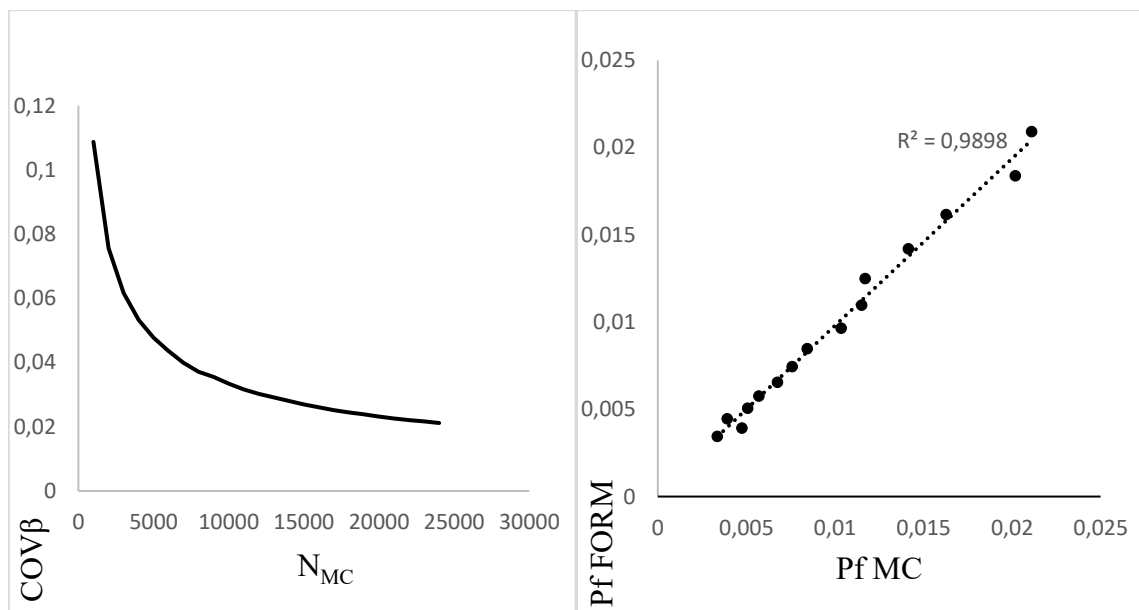


Slika 7. Geometrija problema

Tablica 12. Slučajne i determinističke varijable korištene u dreniranoj analizi graničnog stanja nosivosti plitkog temelja

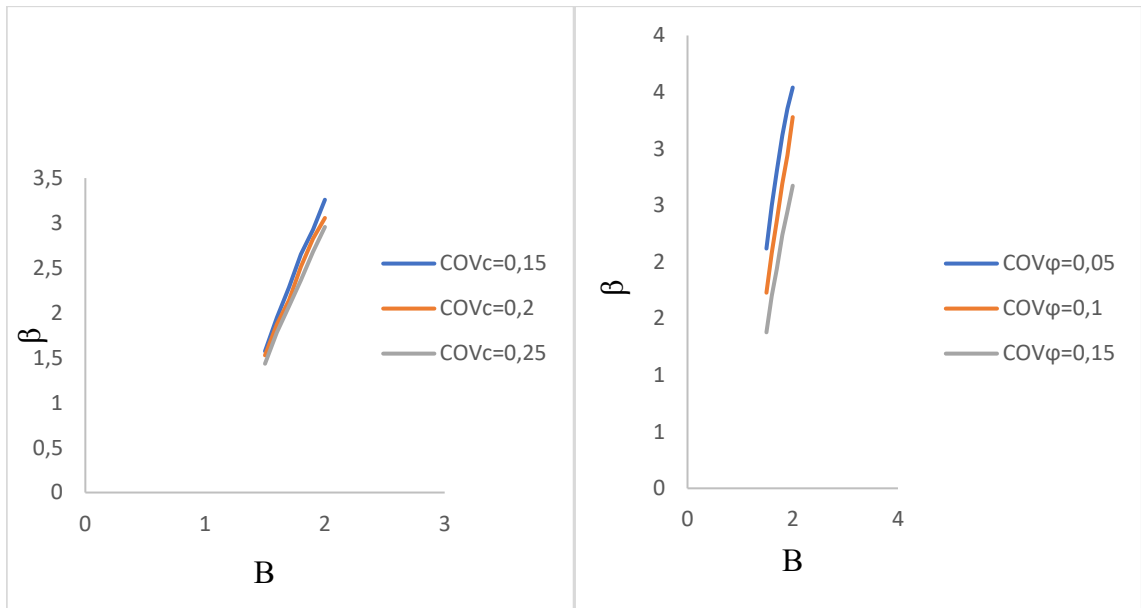
Naziv	Oznaka	$\bar{x}$	$COV_x$	Statistička razdioba
Kohezija	$c'$	15	0,3	Normalna
Širina temelja	B	1,5	-	-
Dubina ukopavanja temelja	d	0,5	-	-
Zapreminska težina tla	$\gamma$	20	0,05	Normalna
Kut unutarnjeg trenja	$\phi$	25	0,10	Normalna
Stalno vanjsko djelovanje	Vg	900	0,1	Lognormalna

Rezultati analiza:

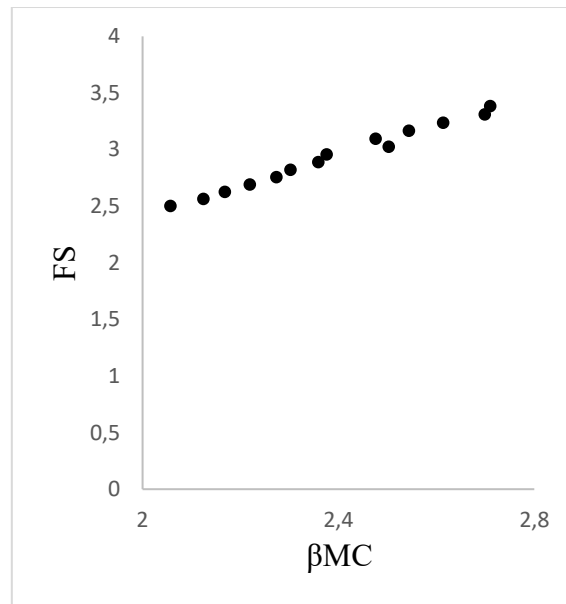


Slika 8. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)





Slika 9. Utjecaj  $COV_c$  (lijevo) i  $COV_\phi$  (desno) na indeks pouzdanosti



Slika 10. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

Sa slike 8 (lijevo) jasno se vidi konvergencija Monte Carlo metode prema zadanoj vrijednosti  $COV_\beta$  koja je iznosila 0,02. Također se vidi da algoritam konvergira brže za prvih 20000 simulacija, dok nakon toga njegova konvergencija usporava. Sa slike 8 (desno) može se vidjeti da metoda FORM u razmatranom primjeru ima visoku točnost,  $R^2 \approx 0,99$ . Pretpostavljeno je da je pogreška metode Monte Carlo s obzirom na broj simulacija i izračunati koeficijent varijacije zanemariva.

Sa slike 9 se vidi da je utjecaj koeficijenta varijacije kohezija ( $c'$ ) na vrijednost indeksa pouzdanosti veći za veće širine temelja, no generalno taj utjecaj nije značajan. Varijacija

koeficijenta varijacije kuta unutarnjeg trenja ima dosta značajniji utjecaj na vrijednost indeksa pouzdanosti, što se vidi sa slike 9 (desno).

Slika 10 pokazuje da je odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti u ovom slučaju gotovo linearan, a pretpostavlja se da je navedeno posljedica matematički jednostavnog izraza funkcije graničnog stanja korištene u analizama.

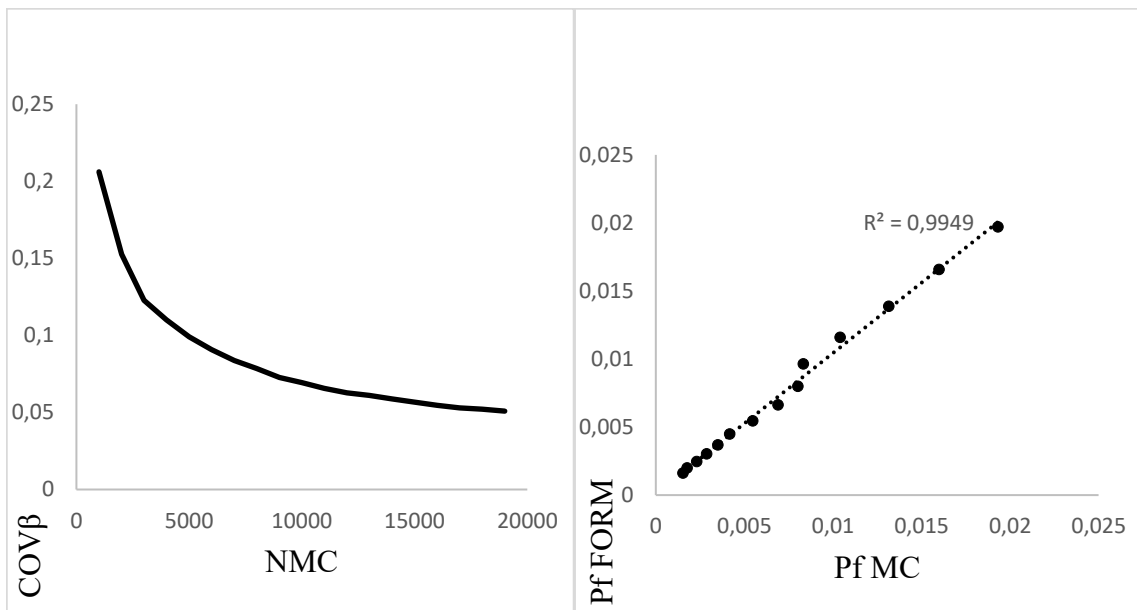
### 5.1.2 Nedrenirano stanje

U drugom numeričkom primjeru provest će se FORM i Monte Carlo nedrenirana analiza pouzdanosti plitkog temelja opterećenog stalnim vertikalnim djelovanjem. Provode se parametarske analize s varijacijama geometrije i vrijednosti parametara slučajnih varijabli. Na slikama 11 i 12 prikazani su odnosi indeksa pouzdanosti  $\beta$  i broja simulacija, odnosi vjerojatnosti sloma prema FORM i Monte Carlo metodi, odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti prema Monte Carlo metodi i utjecaj dominantnog parametra na indeks pouzdanosti. U tablici 13 prikazane su karakteristike slučajnih i determinističkih varijabli korištenih u analizama.

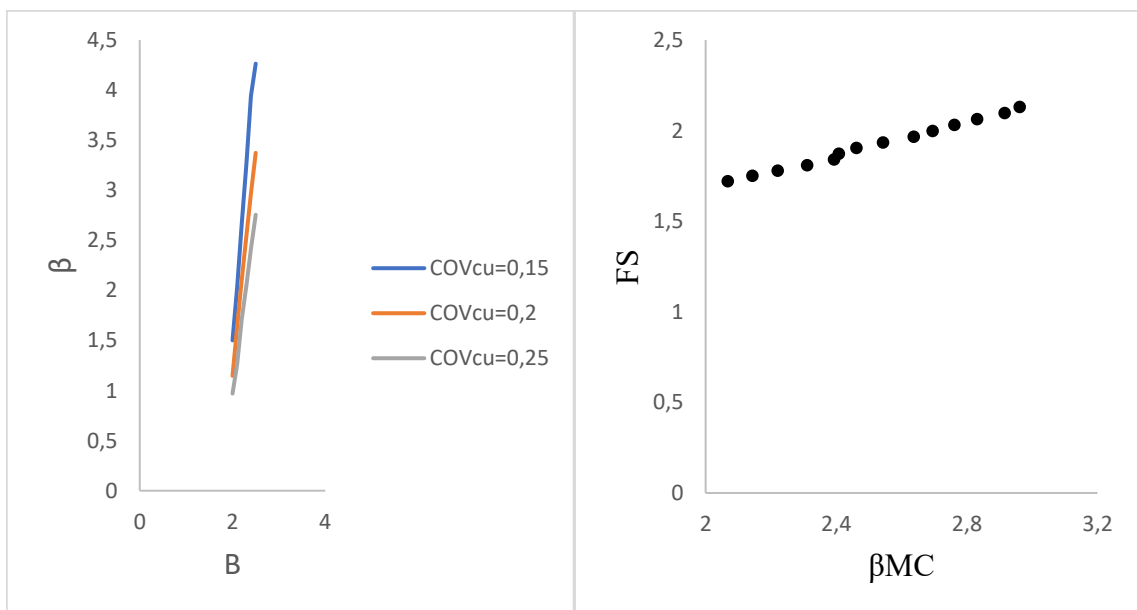
Tablica 13. Slučajne i determinističke varijable korištene u nedreniranoj analizi graničnog stanja nosivosti plitkog temelja

Naziv	Oznaka	$\bar{x}$	COV <sub>x</sub>	Statistička razdioba
Kohezija	$c_u$	30	0,25	Lognormalna
Širina temelja	B	2,5	-	-
Duljina temelja	L	2,5	-	-
Dubina ukopavanja temelja	d	0,5	-	-
Zapreminska težina tla	$\gamma$	20	0,05	Normalna
Stalno vanjsko djelovanje	$V_g$	600	0,1	Normalna

Rezultati:



Slika 11. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)



Slika 12. Utjecaj  $COV_{cu}$  (lijevo) na indeks pouzdanosti, odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti (desno)

Na slici 11 (lijevo) vidljiva je konvergencija Monte Carlo metode prema zadanoj vrijednosti  $COV\beta$  koja je iznosila 0,05. Primjećuje se da algoritam konvergira brže za prvih 15000 simulacija, dok nakon toga njegova konvergencija usporava. Sa slike 11 (desno) može se vidjeti da metoda FORM u razmatranom primjeru ima visoku točnost,

$R^2 \approx 0,99$ . Pretpostavljeno je da je pogreška metode Monte Carlo s obzirom na broj simulacija i izračunati koeficijent varijacije zanemariva.

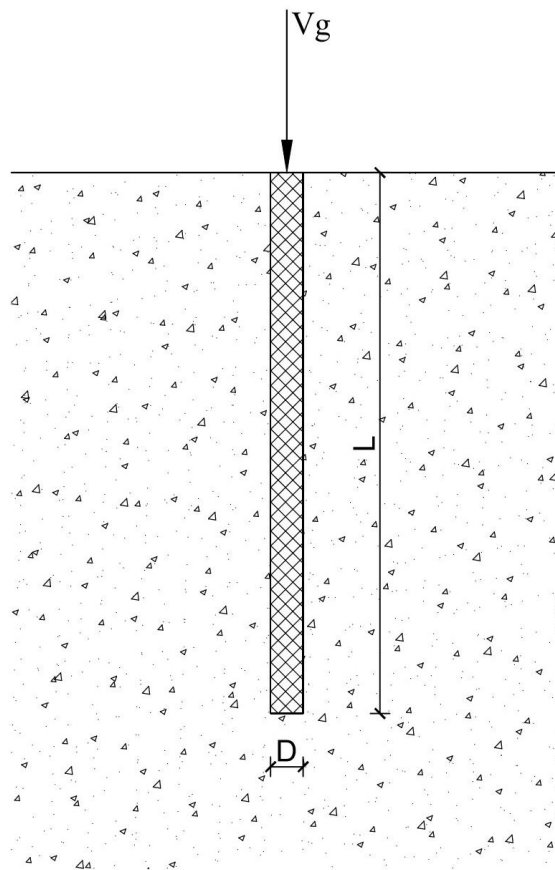
Sa slike 12 (lijevo) se vidi da je utjecaj koeficijenta varijacije kohezija ( $c_u$ ) na vrijednost indeksa pouzdanosti veći za veće širine temelja, no generalno taj utjecaj nije značajan.

Slika 12 (desno) pokazuje da je odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti u ovom slučaju gotovo linearan, a pretpostavlja se da je navedeno posljedica matematički jednostavnog izraza funkcije graničnog stanja korištene u analizama.

## **5.2 Piloti**

### **5.2.1 Drenirano stanje**

U trećem numeričkom primjeru provest će se FORM i Monte Carlo drenirana analiza pouzdanosti pilota opterećenog stalnim vertikalnim djelovanjem. Provode se parametarske analize s varijacijama geometrije i vrijednosti parametara slučajnih varijabli. Na slikama 14, 15 i 16 prikazani su odnosi indeksa pouzdanosti  $\beta$  i broja simulacija, odnosi vjerojatnosti sloma prema FORM i Monte Carlo metodi, odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti prema Monte Carlo metodi i utjecaj dominantnog parametra na indeks pouzdanosti. U tablici 14 prikazane su karakteristike slučajnih i determinističkih varijabli korištenih u analizama.

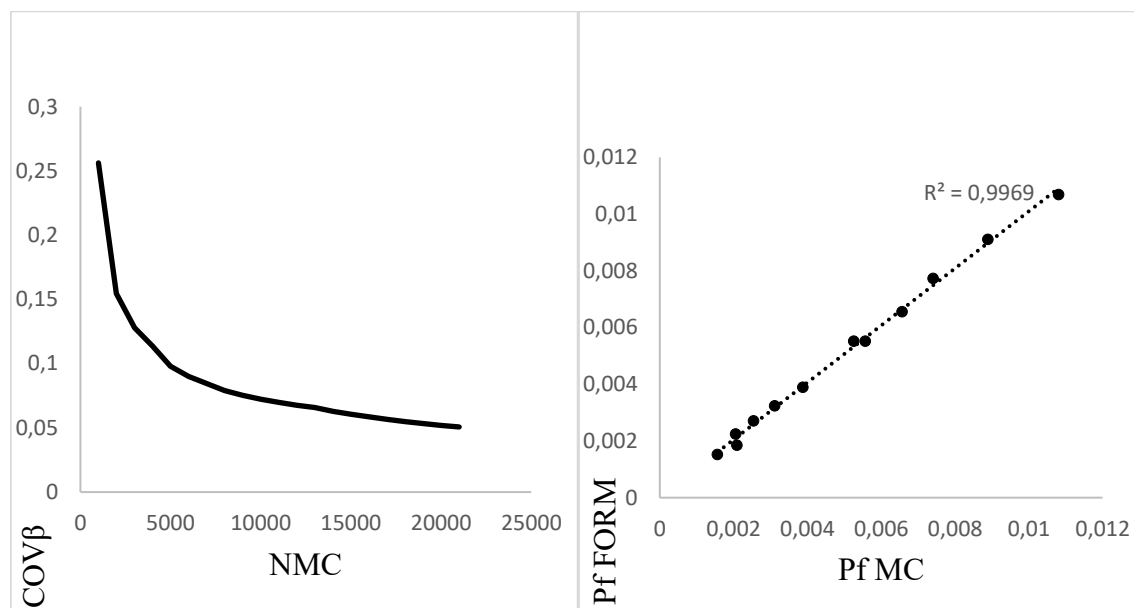


Slika 13. Geometrija problema

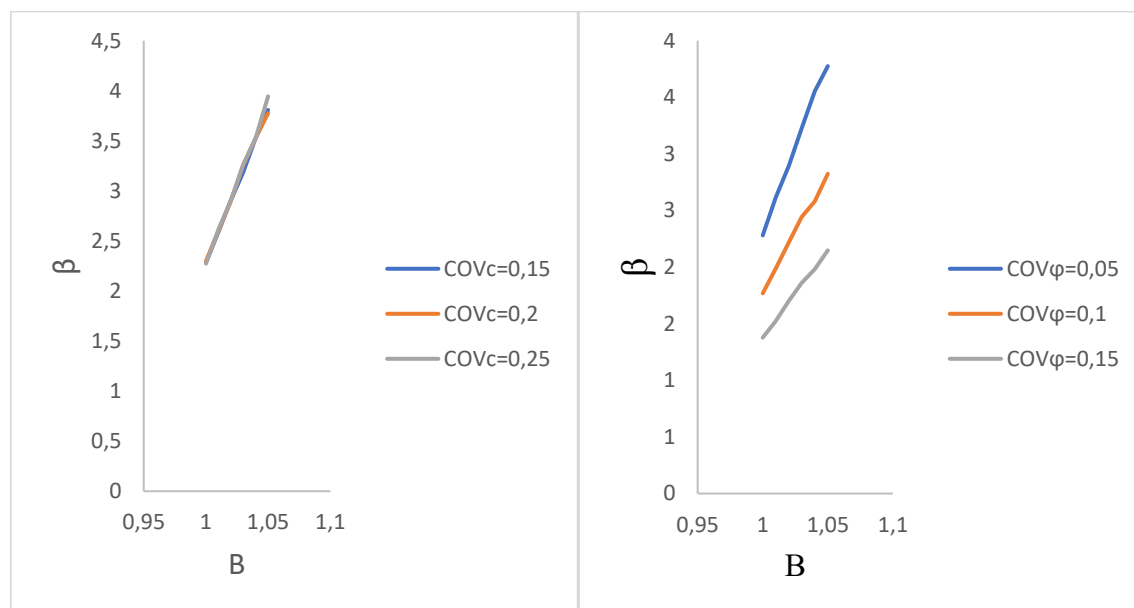
Tablica 14. Slučajne i determinističke varijable korištene u dreniranoj analizi graničnog stanja nosivosti pilota

Naziv	Oznaka	$\bar{x}$	COV <sub>x</sub>	Statistička razdioba
Kohezija	$c'$	80	0,1	Normalna
Duljina pilota	L	8	-	-
Promjer pilota	d	1	-	-
Zapreminska težina tla	$\gamma$	20	0,05	Normalna
Kut unutarnjeg trenja	$\phi$	35	0,05	Normalna
Koeficijent nosivosti pilota	$N_t$	30	0,05	Normalna
Stalno vanjsko djelovanje	$V_g$	450	0,1	Lognormalna

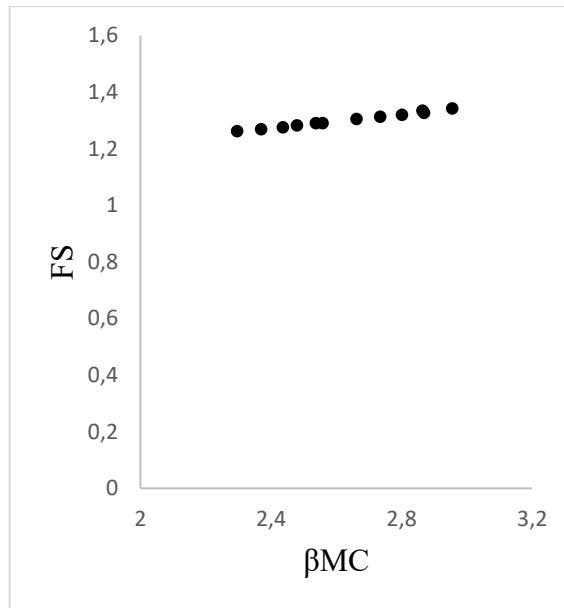
Rezultati:



Slika 14. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)



Slika 15. Utjecaj  $COV_c$  (lijevo) i  $COV_\varphi$  (desno) na indeks pouzdanosti



Slika 16. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

Sa slike 14 (lijevo) vidi se konvergencija Monte Carlo metode prema zadanoj vrijednosti  $COV\beta$  koja je iznosila 0,05. Također se uočava da algoritam konvergira brže za prvih 20000 simulacija, dok nakon toga njegova konvergencija usporava. Sa slike 14 (desno) može se vidjeti da metoda FORM u razmatranom primjeru ima visoku točnost,  $R^2 \approx 0,99$ . Pretpostavljeno je da je pogreška metode Monte Carlo s obzirom na broj simulacija i izračunati koeficijent varijacije zanemariva.

Sa slike 15 je vidljivo da koeficijenta varijacije kohezija ( $c'$ ) na vrijednost indeksa pouzdanosti gotovo i nema utjecaja. Varijacija koeficijenta varijacije kuta unutarnjeg trenja ima dosta značajniji utjecaj na vrijednost indeksa pouzdanosti, veći je za veći promjer pilota što se vidi sa slike 15 (desno).

Slika 16 pokazuje da je odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti u ovom slučaju gotovo linearan, a pretpostavlja se da je navedeno posljedica matematički jednostavnog izraza funkcije graničnog stanja korištene u analizama.

### 5.2.2 Nedrenirano stanje

U četvrtom numeričkom primjeru provest će se FORM i Monte Carlo nedrenirana analiza pouzdanosti pilota opterećenog stalnim vertikalnim djelovanjem. Provode se parametarske analize s varijacijama geometrije i vrijednosti parametara slučajnih varijabli

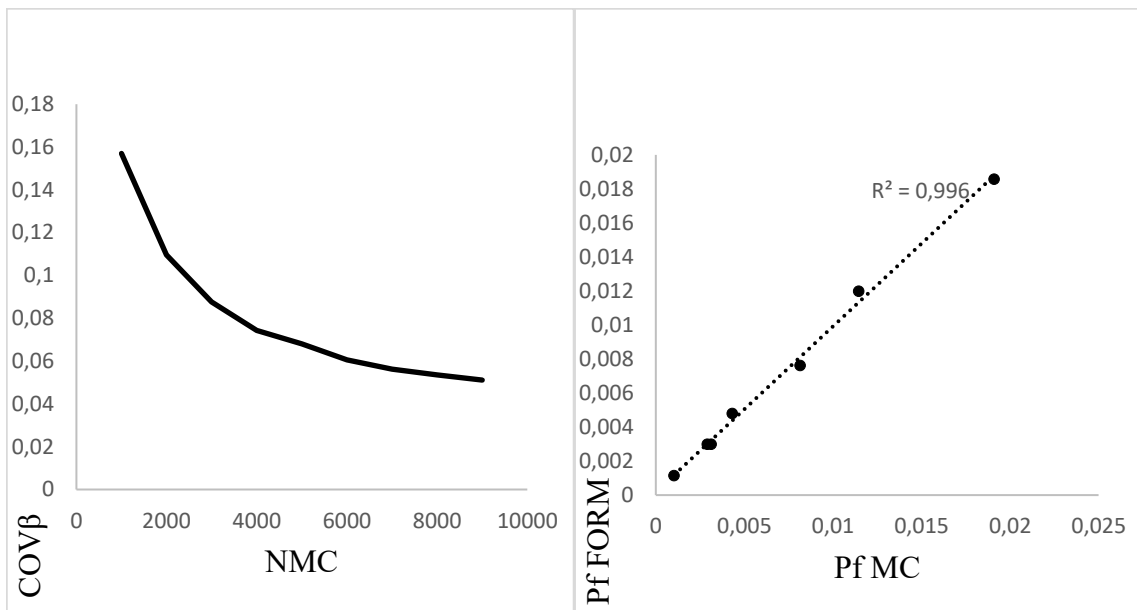
Na slikama 17, 18 i 19 prikazani su odnosi indeksa pouzdanosti  $\beta$  i broja simulacija, odnosi vjerojatnosti sloma prema FORM i Monte Carlo metodi, odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti prema Monte Carlo metodi i utjecaj dominantnog parametra na indeks pouzdanosti. U tablici 15 prikazane su karakteristike slučajnih i determinističkih varijabli korištenih u analizama.

Tablica 15. Slučajne i determinističke varijable korištene u nedreniranoj analizi graničnog stanja nosivosti pilota

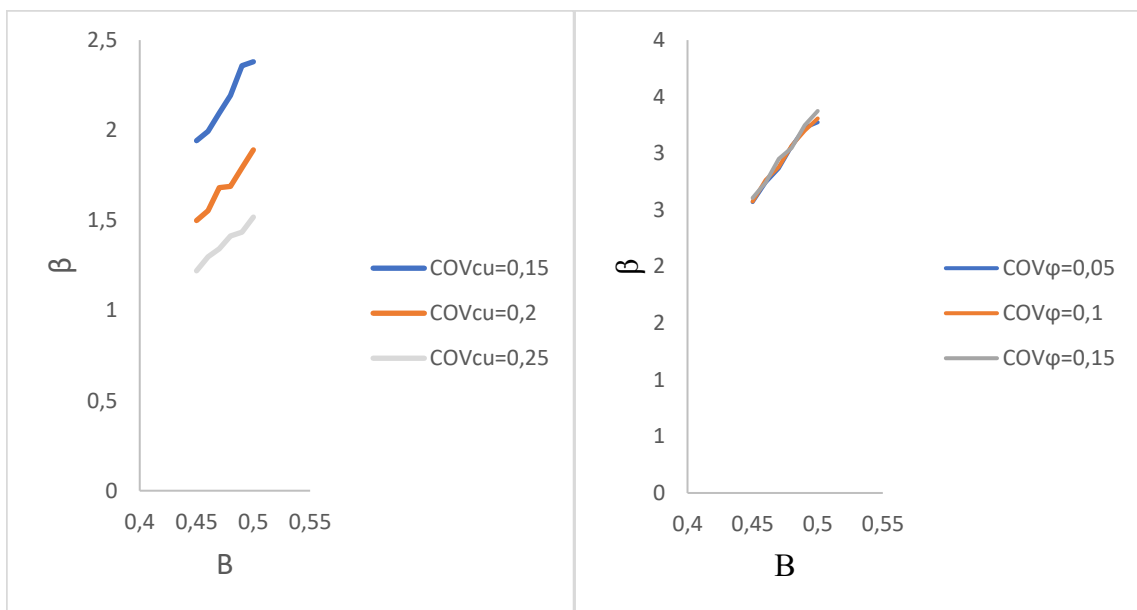
Naziv	Oznaka	$\bar{x}$	$COV_x$	Statistička razdioba
<b>Kohezija</b>	$c_u$	80	0,25	Normalna
<b>Duljina pilota</b>	L	8	-	-
<b>Promjer pilota</b>	d	0,5	-	-
<b>Zapreminska težina tla</b>	$\gamma$	20	0,05	Normalna
<b>Kut unutarnjeg trenja</b>	$\phi$ )	40	0,15	Normalna
<b>Koeficijent nosivosti pilota</b>	$N_c$	9	0,05	Normalna
<b>Vertikalna sila</b>	$V_g$	700	0,1	Lognormalna



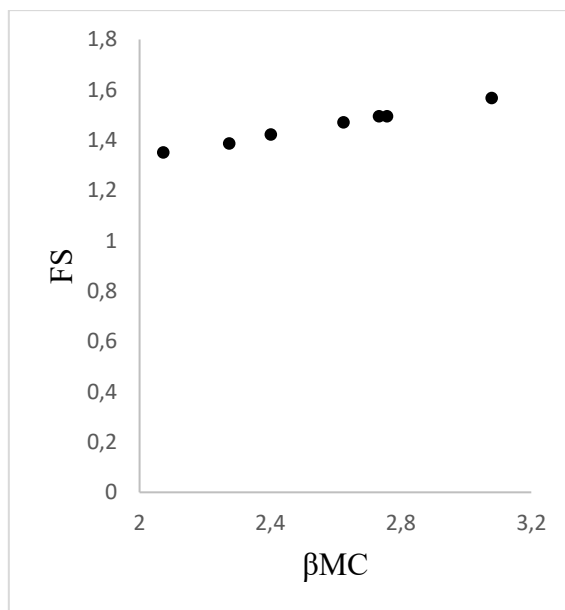
Rezultati:



Slika 17. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)



Slika 18. Utjecaj  $COV_{cu}$  (lijevo) i  $COV_{\varphi}$  (desno) na indeks pouzdanosti



Slika 19. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

Sa slike 17 (lijevo) jasno se vidi konvergencija Monte Carlo metode prema zadanoj vrijednosti  $COV\beta$  koja je iznosila 0,05. Vidljivo je i da algoritam konvergira brže za prvih 8000 simulacija, dok nakon toga njegova konvergencija usporava. Sa slike 17 (desno) može se vidjeti da metoda FORM u razmatranom primjeru ima visoku točnost,  $R^2 \approx 0,99$ . Pretpostavljeno je da je pogreška metode Monte Carlo s obzirom na broj simulacija i izračunati koeficijent varijacije zanemariva.

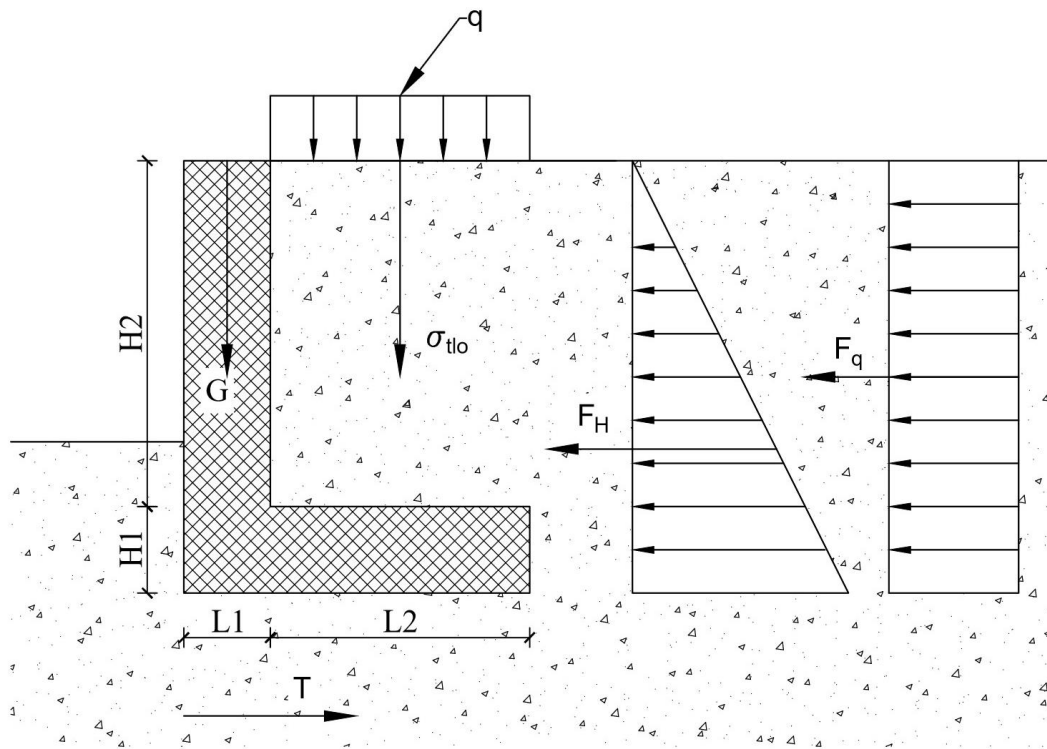
Sa slike 18 se vidi da je utjecaj koeficijenta varijacije kohezija ( $c_u$ ) na vrijednost indeksa pouzdanosti veći za veće širine temelja, njegov utjecaj je značajan. Varijacija koeficijenta varijacije kuta unutarnjeg trenja ima zanemariv utjecaj na vrijednost indeksa pouzdanosti, što se vidi sa slike 18 (desno).

Slika 19 pokazuje da je odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti u ovom slučaju gotovo linearan, a pretpostavlja se da je navedeno posljedica matematički jednostavnog izraza funkcije graničnog stanja korištene u analizama.

## 5.3 Potporni zid

### 5.3.1 Klizanje

U petom numeričkom primjeru provest će se FORM i Monte Carlo analiza pouzdanosti na klizanje potpornog zida opterećenog stalnim distribuiranim djelovanjem. Provode se parametarske analize s varijacijama geometrije i vrijednosti parametara slučajnih varijabli. Na slikama 21, 22 i 23 prikazani su odnosi indeksa pouzdanosti  $\beta$  i broja simulacija, odnosi vjerojatnosti sloma prema FORM i Monte Carlo metodi, odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti prema Monte Carlo metodi i utjecaj dominantnog parametra na indeks pouzdanosti. U tablici 16 prikazane su karakteristike slučajnih i determinističkih varijabli korištenih u analizama.

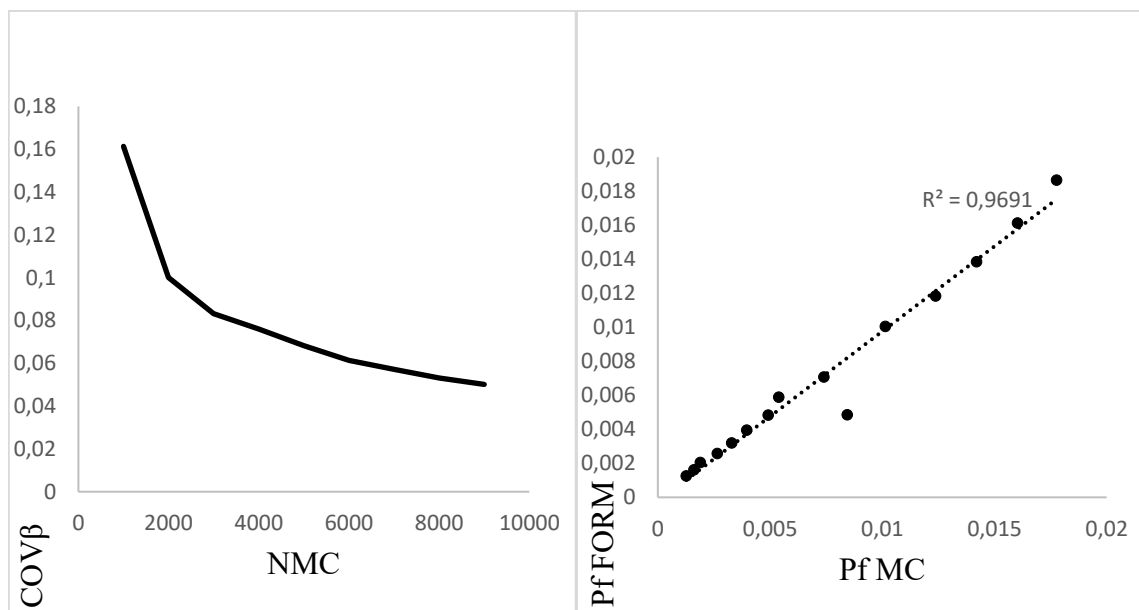


Slika 20. Geometrija problema

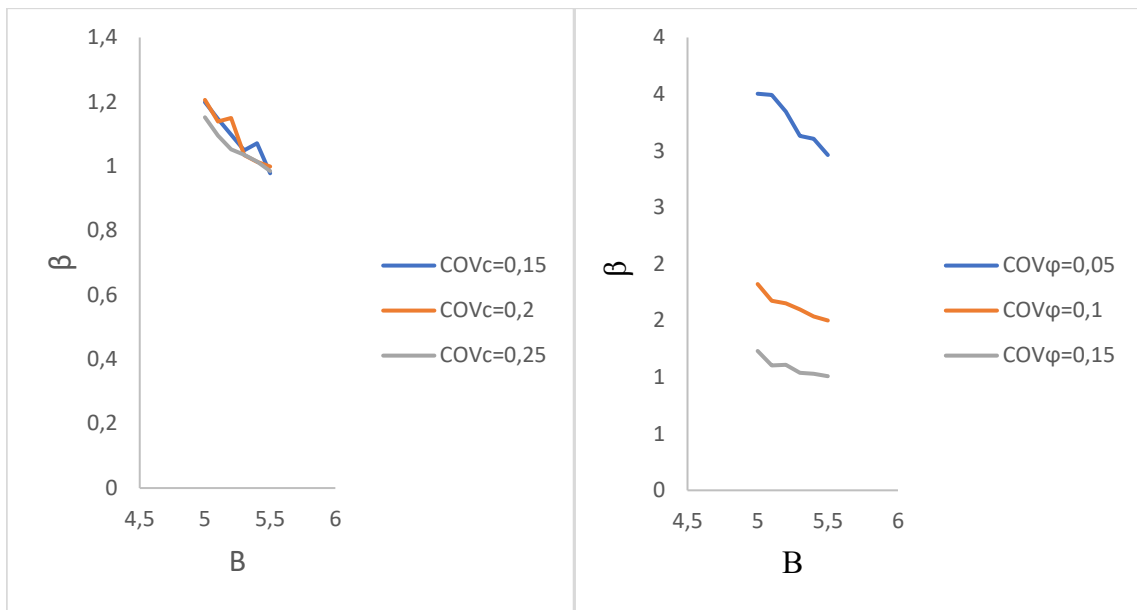
Tablica 16. Slučajne i determinističke varijable korištene u analizi klizanja za granično stanje nosivosti potpornog zida

Naziv	Oznaka	$\bar{x}$	$COV_x$	Statistička razdioba
Kohezija	$c'$	40	0,25	Normalna
Visina zida	H	4,3	-	-
Duljina zida	L	2,9	-	-
Zapreminska težina tla	$\gamma$	20	0,05	Normalna
Kut unutarnjeg trenja	$\phi$	40	0,15	Normalna

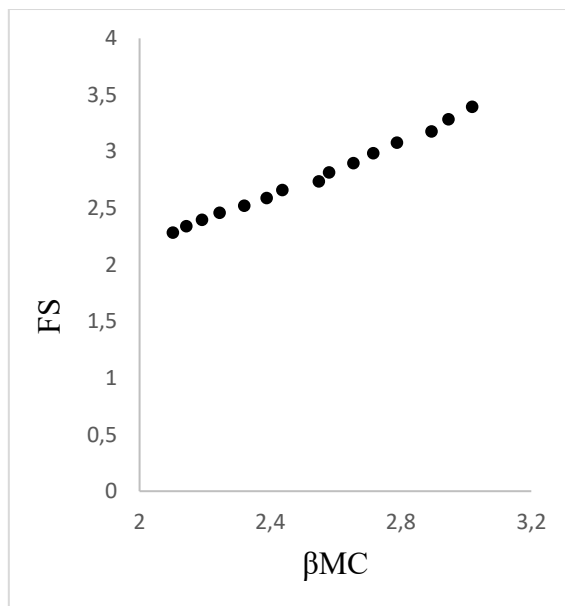
Rezultati:



Slika 21. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)



Slika 22. Utjecaj  $COV_c$  (lijevo) i  $COV_\varphi$  (desno) na indeks pouzdanosti



Slika 23. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

Sa slike 21 (lijevo) jasno se vidi konvergencija Monte Carlo metode prema zadanoj vrijednosti  $COV_\beta$  koja je iznosila 0,05. Također se vidi da algoritam konvergira brže za prvih 8000 simulacija, dok nakon toga njegova konvergencija usporava. Sa slike 21 (desno) može se vidjeti da metoda FORM u razmatranom primjeru ima visoku točnost,  $R^2 \approx 0,99$ . Pretpostavljeno je da je pogreška metode Monte Carlo s obzirom na broj simulacija i izračunati koeficijent varijacije zanemariva.

Sa slike 22 se vidi da utjecaj koeficijenta varijacije kohezija ( $c'$ ) na vrijednost indeksa pouzdanosti nije značajan. Varijacija koeficijenta varijacije kuta unutarnjeg trenja ima vrlo značajan utjecaj na vrijednost indeksa pouzdanosti, što se vidi sa slike 22 (desno).

Slika 23 pokazuje da je odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti u ovom slučaju gotovo linearan, a pretpostavlja se da je navedeno posljedica matematički jednostavnog izraza funkcije graničnog stanja korištene u analizama.

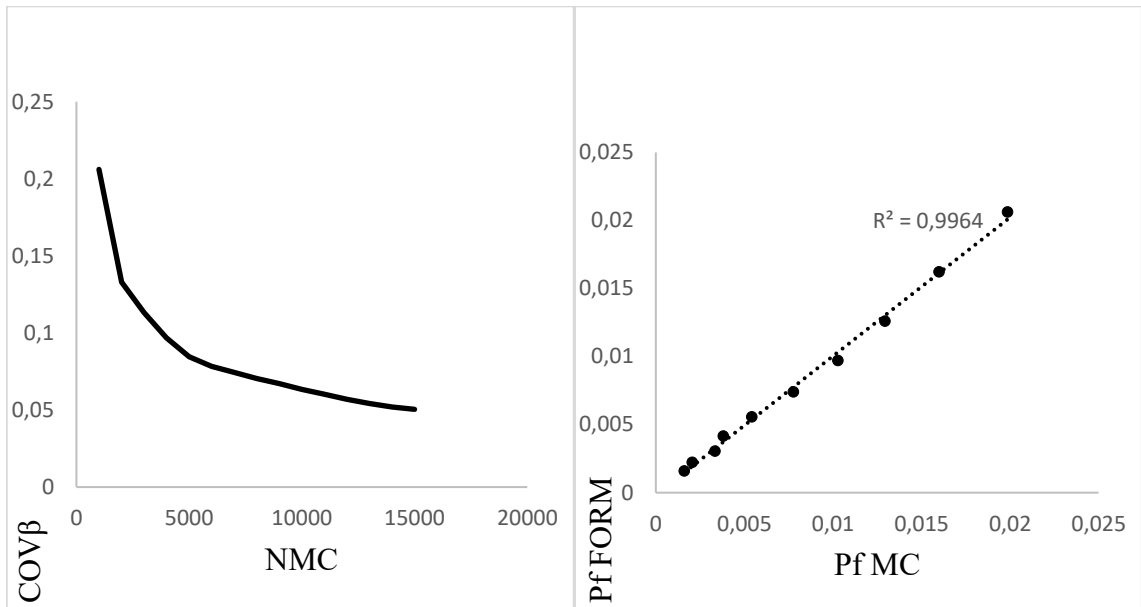
### 5.3.2 Prevrtnanje

U šestom numeričkom primjeru provest će se FORM i Monte Carlo analiza pouzdanosti na prevrtanje potpornog zida opterećenog stalnim distribuiranim djelovanjem. Provode se parametarske analize s varijacijama geometrije i vrijednosti parametara slučajnih varijabli. Na slikama 24, 25 i 26 prikazani su odnosi indeksa pouzdanosti  $\beta$  i broja simulacija, odnosi vjerojatnosti sloma prema FORM i Monte Carlo metodi, odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti prema Monte Carlo metodi i utjecaj dominantnog parametra na indeks pouzdanosti. U tablici 17 prikazane su karakteristike slučajnih i determinističkih varijabli korištenih u analizama.

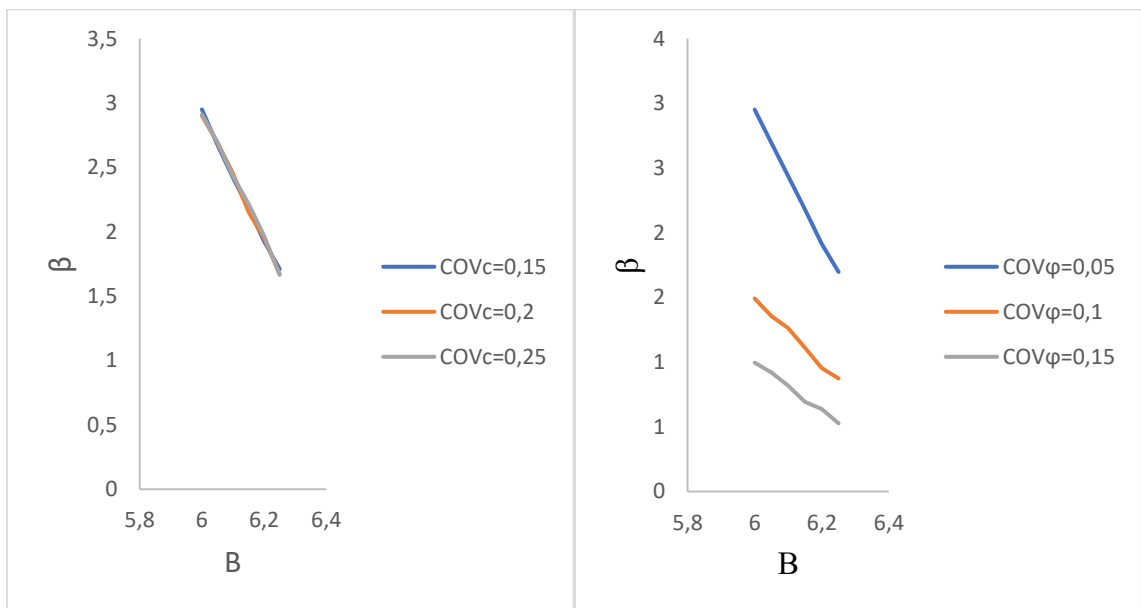
Tablica 17. Slučajne i determinističke varijable korištene u analizi prevrtanja za granično stanje nosivosti potpornog zida

Naziv	Oznaka	$\bar{x}$	$COV_x$	Statistička razdioba
<b>Kohezija</b>	$c'$	30	0,25	Normalna
<b>Visina zida</b>	H	6,68		Normalna
<b>Duljina zida</b>	L	2,5		Normalna
<b>Zapreminska težina tla</b>	$g_{tlo}$	20		Normalna
<b>Kut unutarnjeg trenja</b>	$\phi$ (phi)	37	0,05	Normalna

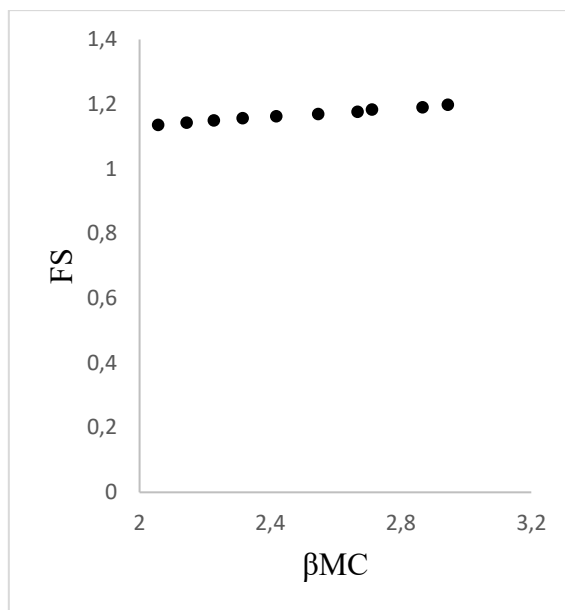
Rezultati:



Slika 24. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)



Slika 25. Utjecaj  $COV_c$  (lijevo) i  $COV_{\phi}$  (desno) na indeks pouzdanosti



Slika 26. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

Sa slike 24 (lijevo) jasno se vidi konvergencija Monte Carlo metode prema zadanoj vrijednosti  $COV\beta$  koja je iznosila 0,05. Također se vidi da algoritam konvergira brže za prvih 15000 simulacija, dok nakon toga njegova konvergencija usporava. Sa slike 24 (desno) može se vidjeti da metoda FORM u razmatranom primjeru ima visoku točnost,  $R^2 \approx 0,99$ . Pretpostavljeno je da je pogreška metode Monte Carlo s obzirom na broj simulacija i izračunati koeficijent varijacije zanemariva.

Sa slike 25 se vidi da je utjecaj koeficijenta varijacije kohezija ( $c$ ) na vrijednost indeksa pouzdanosti generalno nije značajan. Varijacija koeficijenta varijacije kuta unutarnjeg trenja ima vrlo značajan utjecaj na vrijednost indeksa pouzdanosti, što se vidi sa slike 25 (desno).

Slika 26 pokazuje da je odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti u ovom slučaju gotovo linearan, a pretpostavlja se da je navedeno posljedica matematički jednostavnog izraza funkcije graničnog stanja korištene u analizama.



## 6 Zaključak

U okviru ovog diplomskog rada dan je prikaz primjene analiza pouzdanosti geotehničkih konstrukcija. Izrazita prostorna varijabilnost i nehomogenost tla potiču sve veći interes za istraživanje novih metoda projektiranja koje uzimaju u obzir i njihove značajke. Metode pouzdanosti navedeno uzimaju u obzir kroz razmatranje geotehničkih parametara kao slučajnih varijabli, za razliku od klasičnog pristupa gdje se one uzimaju u obzir kao jedinstvene vrijednosti. Ishod metoda pouzdanosti može se iskazati kao vjerojatnost pojave sloma ili indeks pouzdanosti. Oni daju širu sliku margine sigurnosti konstrukcije od faktora sigurnosti ili faktora predimenzioniranosti koji su rezultat klasične geotehničke analize. Pokazano je da postoje određeni geotehnički parametri čija neizvjesnost ima dominantan utjecaj na rezultat analize pouzdanosti. U danim primjerima to su kut trenja u dreniranim analizama i nedrenirana kohezija u nedreniranim analizama. Dostupnost čitavog niza knjižnica otvorenog koda razvijenih u svrhu provedbe analiza pouzdanosti i geotehničkih analiza u okviru programskog jezika *Python* mogu otvoriti novu perspektivu u geotehničkom projektiranju. Eurokod daje smjernice za upravljanje pouzdanošću konstrukcija time što uvodi razrede posljedica konstrukcija, propisuje mjeru pouzdanosti i njene ciljane vrijednosti i slično. Mjera pouzdanosti korištena u ovom radu je indeks pouzdanosti ( $\beta$ ), koji se koristi ne samo za procjenu pouzdanosti građevinskih i geotehničkih konstrukcija, već i u strojarstvu za procjenu pouzdanosti npr. brodova, aviona i slično. Iako postoji mnogo metoda pouzdanosti u ovom radu su korištene dvije, metoda FORM (*eng. First Order Reliability Method*) i Monte Carlo metoda. Dani su njihovi opisi, s prednostima i nedostacima. Metoda Monte Carlo je generalno točnija, stoga je primjenom njenih rezultata procjenjivana točnost metode FORM. Pokazano je da je njena pogreška u razmatranim primjerima zanemariva. Za šest numeričkih primjera koji su dani u okviru ovog rada, provedeno je niz analiza pouzdanosti primjenom obje metode. Obrađeni primjeri uključuju drenirane i nedrenirane analize plitkih temelja i pilota, te provjeru otpornosti potpornog zida na prevrtanje i klizanje. Pokazano je da je metoda FORM prikladna za procjenu pouzdanosti u slučaju prikazanih primjera. U svim slučajevima dobiven je gotovo linearan odnos između faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti, te je pokazano da koeficijent varijacije dominantnog geotehničkog parametra može značajno utjecati na rezultat analize pouzdanosti. Radi navedenog je potrebno obratiti posebnu pozornost prilikom određivanja njegove vrijednosti.

Zaključuje se da metode pouzdanosti mogu na relativno jednostavan način dati širi prikaz sigurnosti konstrukcije od klasičnog pristupa. To je pogotovo korisno u geotehničkim analizama u kojima nema dovoljno podataka o vrijednostima geotehničkih parametara. U slučajevima veće varijacije dominantnog geotehničkog parametra može se dogoditi da faktor sigurnosti zadovoljava, a indeks pouzdanosti ne zadovoljava propisani kriterij. Posljedica može biti nesigurna konstrukcija. Dostupnost tehnologije i njena relativno jednostavna primjena omogućuju inženjerima u svakodnevnoj praksi jednostavnu provedbu analiza pouzdanosti, što može dovesti do ekonomičnijih i sigurnijih projektnih rješenja geotehničkih konstrukcija.

## 7 Popis literature

Atterberg, A. (1913): Die Plastizität und Bindigkeit liefernde Bestandteile der Tone.

Baecher, G. (2003): Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering Operational risk of dams and reservoirs View project romanascila View project. Dostupno na: <https://www.researchgate.net/publication/247385445>. (30.05.2022.)

Hrvatski zavod za norme (2011): HRN EN 1990:2011.

Orchant, C., Kulhawy, F., Trautmann, C. (1988): Reliability-based foundation design for transmission line structures. Dostupno na: <https://www.osti.gov/biblio/6738429-reliability-based-foundation-design-transmission-line-structures-volume-critical-evaluation-situ-test-methods-final-report> (30.05.2022.)

Phoon, K.-K., Ching, J. (2015): Risk and reliability in geotechnical engineering.

Phoon, K.-K., Kulhawy, F.H. (1999): Characterization of geotechnical variability. Dostupno na: [www.nrcresearchpress.com](http://www.nrcresearchpress.com) (30.05.2022.)

Pirić, K. (2014): Analiza pouzdanosti u konceptualnom projektiranju konstrukcije broda. Zagreb.

Price, W., Potter, A., Thomson, T., Smith, G., Hazen, A., Beardsley, R. (1911): Discussion on Dams on Sand Foundations. Transactions of the American Society of Civil Engineers 73(3), pp. 190–208.

Taylor, D.W. (1948): Fundamentals of Soil Mechanics.

Xie, C., Huang, H.Z. (2016): A Probabilistic Physics of Failure Approach for Structure Corrosion Reliability Analysis. International Journal of Corrosion 2016.

Dodigović, F.; Ivandić, K.; Kovačević, M.-S.; Soldo, B. (2021): Modified, Reliability-Based Robust Geotechnical Design Method, in Accordance with Eurocode 7. Appl. Sci. 2021, 11, 8423 <https://doi.org/10.3390/app11188423>

Dodigović, F.; Ivandić, K.; Kovačević, M.S.; Soldo, B. (2021): Error Evaluation and Suitability Assessment of Common Reliability Methods in the Case of Shallow Foundations. Appl. Sci. 2021, 11, 795. <https://doi.org/10.3390/ap11020795>

## 8 Popis slika

Slika 1. Profil propusnosti relativno homogene glacijalne naslage (prerađeno prema Baecher, 2003)

Slika 2. Nesigurnost u procjenama svojstava tla (prerađeno prema Phoon i Kulhawy, 1999)

Slika 3. Združenu funkciju gustoće vjerojatnosti (Pirić, 2014)

Slika 4. Prikaz indeksa pouzdanosti (Pirić, 2014)

Slika 5. Dijagram toka FORM metode (prerađeno prema Xie i Huang, 2016)

Slika 6. Pregled metoda pouzdanosti (Hrvatski zavod za norme, 2011)

Slika 7. Geometrija problema

Slika 8. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)

Slika 9. Utjecaj  $COV_c$  (lijevo) i  $COV_\phi$  (desno) na indeks pouzdanosti

Slika 10. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

Slika 11. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)

Slika 12. Utjecaj  $COV_{cu}$  (lijevo) na indeks pouzdanosti, odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti (desno)

Slika 13. Geometrija problema

Slika 14. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)

Slika 15. Utjecaj  $COV_c$  (lijevo) i  $COV_\phi$  (desno) na indeks pouzdanosti

Slika 16. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

Slika 17. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)

Slika 18. Utjecaj  $COV_{cu}$  (lijevo) i  $COV_\phi$  (desno) na indeks pouzdanosti

Slika 19. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

Slika 20. Geometrija problema

Slika 21. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)

Slika 22. Utjecaj  $COV_c$  (lijevo) i  $COV_\phi$  (desno) na indeks pouzdanosti

Slika 23. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

Slika 24. Konvergencija metode Monte Carlo (lijevo), usporedba rezultata metode FORM i Monte Carlo (desno)

Slika 25. Utjecaj  $COV_c$  (lijevo) i  $COV_\phi$  (desno) na indeks pouzdanosti

Slika 26. Odnos faktora sigurnosti i indeksa pouzdanosti

## 9 Popis tablica

Tablica 1. Inherentna varijabilnost svojstava čvrstoće (prerađeno prema Baecher, 2003)

Tablica 2. Koeficijent varijacije za ispitivanje inženjerskih svojstava tla (prerađeno prema Baecher, 2003)

Tablica 3. Koeficijent varijacije za neka uobičajena mjerenja na terenu (prerađeno prema Phoon i Kulhawy, 1999)

Tablica 4. Varijabilnost laboratorijskih ispitivanja  $\phi$  za različite vrste tla (prerađeno prema Phoon i Kulhawy, 1999)

Tablica 5. Sažetak inherentne varijabilnosti indeksnih parametara (prerađeno prema Baecher, 2003)

Tablica 6. Mjerne pogreške uobičajenog in situ ispitivanja (prerađeno prema Orchant i suradnici, 1988)

Tablica 7. Ukupne pogreške mjerenja laboratorijskih ispitivanja (prerađeno prema Baecher, 2003)

Tablica 8. Definicija razreda posljedica (*eng: Consequences Classes, CC*) (Hrvatski zavod za norme, 2011)

Tablica 9. Preporučene, najmanje vrijednosti indeksa pouzdanosti  $\beta$  za granična stanja nosivosti (Hrvatski zavod za norme, 2011)

Tablica 10. Odnos  $\beta$  i  $P_f$  (Hrvatski zavod za norme, 2011)

Tablica 11. Ciljani indeks pouzdanosti  $\beta$  za razred RC2 za konstrukcijske elemente (Hrvatski zavod za norme, 2011)

Tablica 12. Slučajne i determinističke varijable korištene u dreniranoj analizi graničnog stanja nosivosti plitkog temelja

Tablica 13. Slučajne i determinističke varijable korištene u nedreniranoj analizi graničnog stanja nosivosti plitkog temelja

Tablica 14. Slučajne i determinističke varijable korištene u dreniranoj analizi graničnog stanja nosivosti pilota

Tablica 15. Slučajne i determinističke varijable korištene u nedreniranoj analizi graničnog stanja nosivosti pilota

Tablica 16. Slučajne i determinističke varijable korištene u analizi klizanja za granično stanje nosivosti potpornog zida

Tablica 17. Slučajne i determinističke varijable korištene u analizi prevrtanja za granično stanje nosivosti potpornog zida